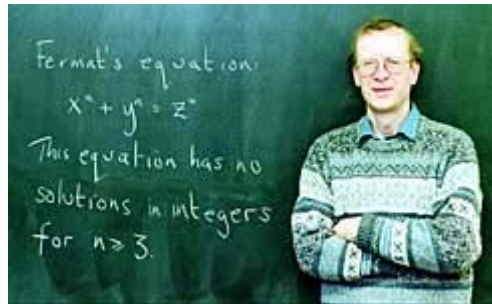


הנימוק לזכייה השנה: יצירת גשר בין שני עולמות מתמטיים

מאת תמיר טסה

מתמטיקה / מדליית פילדס, "פרס נובל של המתמטיקה" הניתן לחוקרים פורצי דרך מתחת לגיל 40, הוענקה בשבוע שעבר



אנדרו ויילס. הוכיח את משפט פרמה, אך לא קיבל את מדליית פילדס משום שבעת הענקת הפרס כבר עבר את גיל 40

אחד הקורסים הבסיסיים במסלול הלימודים לתואר ראשון במתמטיקה עוסק בתורת הפונקציות המרוכבות. במסגרת קורס זה נלמד משפט הקרוי על שם המתמטיקאי השוודי החתום עליו - גוסטה מיטאג-לפּלר. כאשר מגיעים אליו, רוב המרצים אינם מצליחים להימנע מרגע של רכילות ומספרים לתלמידיהם על סיבה נוספת שבעטיה קנה לו מיטאג-לפּלר פרסום. בשל רומן שניהל עם אשתו של אלפרד נובל, יצא קצפו של זה האחרון על כל קהילת המתמטיקאים, ולכן נותרה "מלכת המדעים" מחוץ לתחומו של הפרס היוקרתי שנושא את שמו.

פרט קטן שמעיב על הסיפור הפיקנטטי הזה הוא שאלפרד נובל מעולם לא נישא. הוא אמנם ניהל רומן עם אישה וינאית בשם סופי הס, אך אין כל תימוכין היסטוריים לקשר רומנטי שנוצר בין מיטאג-לפּלר לאשה זו או לכל אשה אחרת בחייו של נובל.

נראה שהסיבה האמיתית לכך שאין פרס נובל למתמטיקה היא שנובל היה ממציא ותעשיין, ומתמטיקה פחות עניינה אותו. בצוואתו הועיד את הפרס להמצאות או תגליות שעשויות להועיל לאנושות. המתמטיקה, בהיותה מדע המשרת את המדעים האחרים, נתפשה על ידו, ועל ידי רבים אחרים, באופן שונה מהמדעים ה"אמיתיים", כמו פיסיקה או רפואה, שהשפעתם על האנושות ברורה ומיידית יותר.

חללים ריקים טבעם להתמלא. על כן, באין פרס נובל, יצרו להם המתמטיקאים נובל משלהם. ההצעה הראשונה בדבר פרס שכזה עלתה במסגרת "הקונגרס הבינלאומי למתמטיקה" שהתקיים בטורונטו ב-1924. הקונגרסים הללו מתקיימים אחת לארבע שנים ואפשר להשוותם למשחקים

האולימפיים בספורט: בכל תחום מתמטי מתנהלים כנסים חשובים כל הזמן, בדומה לאליפויות עולם באתלטיקה, שחייה או היאבקות; אך רק אחת לארבע שנים נפגשים מאות מתמטיקאים מכל הענפים למפגש פסגה יוקרתי זה.

ההחלטה שהתקבלה בקונגרס ב-1924 היתה שבקונגרסים בעתיד יוענקו שתי מדליות זהב למתמטיקאים על הישגים מתמטיים בולטים במיוחד. פרופ' ג'ון צ'רלס פילדס, שהיה מזכיר הקונגרס ב-1924, הגיש הצעה מפורטת בדבר אופיו של הפרס וקריטריונים לקבלתו, ותרם קרנות למימונו. הפרס, שנקרא על שמו של פילדס שהלך לעולמו ב-1932, הוענק לראשונה בקונגרס באוסלו ב-1936. הפעם השנייה שבה ניתן היתה רק לאחר מלחמת העולם השנייה, ב-1950, ומאז הוא מוענק בכל ארבע שנים. בשנת 1966 הוחלט לאפשר הענקת עד ארבע מדליות בכל קונגרס, בניגוד לשתיים כפי שהיה נהוג עד אז, בשל התרחבות המחקר המתמטי. בנוסף למדליה, מוענק לכל זוכה פרס כספי בסך 15 אלף דולרים קנדיים.

על פי הצעתו של פילדס, מטרת הענקת המדליה היא גם הכרה בעבודה חשובה שנעשתה וגם עידוד המשך המחקר של הזוכה ושל עמיתיו. בהתאם לכך, הוגבל גיל הזוכים לארבעים. בכך נבדלת מדליית פילדס מפרס נובל, המוענק לרוב למדענים מבוגרים שנים רבות לאחר פרסום העבודה שהקנתה להם את הפרס.

השיקולים המנחים את חברי ועדת הפרס, הנמנים עם הגווארדיה הישנה, בבואם לבחור זוכה מקרב הדור הצעיר, הם המקוריות והיצירתיות בעבודה הנידונה, חשיבותה של העבודה וההשלכות שעשויות להיות לה על המשך המחקר המתמטי. הפרסים מוענקים לרוב על עבודות שבהן נפתרה בעיה קשה במיוחד או הושגה התקדמות משמעותית בכיוון זה, וכמו כן על פריצות דרך שהובילו לפיתוח תיאוריה חדשה. שני עקרונות אלו אינם בלתי תלויים: מחד, ההתמודדות עם בעיה קשה מובילה לעתים לפיתוח תיאוריה חדשה; מאידך, הופעת תיאוריה חדשה עשויה להביא לפתרון בעיה שנותרה בלתי פתורה זמן רב.

בהתאם לעקרונות אלו, עיון ברשימת 44 הזוכים במדליה מגלה מתמטיקאים מובילים שטביעות אצבעותיהם ניכרות בתחומים מתמטיים מגוונים כמו גיאומטריה וטופולוגיה אלגברית, תורת המספרים, אנליזה פונקציונלית, משוואות דיפרנציאליות, מערכות דינמיות ועוד. כל ניסיון לסקור כאן את הבולטים ברשימה נכבדה זו ואת הישגיהם נידון מראש לכישלון. ראשית, קשה עד בלתי אפשרי לתאר תוצאות במתמטיקה למי שאינו מתמטיקאי (ולעתים אפילו למתמטיקאי העוסק בתחום שונה); וכאשר אפשר לתאר כאלה תוצאות, לא תמיד פשוט להסביר מדוע הן חשובות. יתר על כן, הבחירה מושפעת יותר מכל מתחומי העניין וההבנה של הבוחר. לדוגמה, עבודותיהם של לורן שוורץ (1950), לארס הרמנדר (1962) או פייר לואי ליונס (1994) יהיו מובנות יותר וקרובות יותר ללבו של מתמטיקאי העוסק במשוואות דיפרנציאליות מאשר, למשל, עבודתו הכבירה של ג'ון מילנור (1962), שהיו לה השפעות מרחיקות לכת בטופולוגיה.

שמותיהם של גרד פולטינגס, שזכה במדליית פילדס, ושל אנדרו ויילס, שלא זכה בה, מוכרים לקוראי הספר "המשפט האחרון של פרמה". משפט מפורסם זה עסק במשוואה $x^n + y^n = z^n$, כאשר החזקה n היא מספר שלם הגדול מ-2. פתרון של משוואה זו הוא שלשה של מספרים x, y, z , המקיימים את השוויון המתואר במשוואה. פייר דה-פרמה, מתמטיקאי חובב בן המאה ה-17, קבע שלמשוואה לעיל אין פתרון שכל שלושת רכיביו הם מספרים טבעיים (שלמים וחיוביים). מכיוון שפרמה לא צירף הוכחה למשפט, שאלת הנכונות של המשפט הפכה לבעיה הפתוחה המפורסמת ביותר במתמטיקה: מיטב המוחות ניסו להוכיח את המשפט או להפריכו על ידי מציאת דוגמה נגדית שתראה שאין הוא נכון.

בשנת 1983 השיג פולטינגס הגרמני את התוצאה המשמעותית ביותר בחקר הבעיה זה יותר ממאה שנים. נניח ש- x, y, z הוא פתרון במספרים טבעיים של המשוואה (זוהי השערה תיאורטית בלבד, שכן איננו יודעים אם קיים כזה פתרון). פתרון כזה נקרא "פרימיטיווי" אם אין ל- x, y, z שום גורם משותף למעט 1. למשל, אם נסתכל על המשוואה $x^2 + y^2 = z^2$, המוכרת ממשפט פיתגורס, אז 3,4,5 הוא פתרון פרימיטיווי, בעוד ש-6,8,10 הוא פתרון שאינו פרימיטיווי. פולטינגס הראה שעבור ערך כלשהו של החזקה n הגדול מ-2 לא יכולים להיות למשוואה אינסוף פתרונות פרימיטיוויים שונים. כלומר, ייתכן שלמשוואה לא יהיו פתרונות כלל, ייתכן שיהיה לה פתרון אחד ואולי אפילו מיליוני פתרונות פרימיטיוויים, אך מספר הפתרונות הפרימיטיוויים יהיה בכל מקרה סופי. אמנם הדרך מכאן עד להוכחה שמספר הפתרונות הוא אפס היא ארוכה מאוד, אך הישג זה הספיק על מנת לזכות את פולטינגס במדליה ב-1986.

המסע הארוך בן 358 השנים הגיע אל קצו ב-1994 כאשר אנדרו ויילס הבריטי הוכיח את השערת טניימה-שימורה (שממנה אפשר להסיק את משפט פרמה) בסופו של מסע אישי נועז ומייסר שארך שמונה שנים. עבודתו היתה ללא ספק ראויה למדליית פילדס: בשל התעוזה האישית, ההישג הפנטסטי, הטכניקות החדשות והמורכבות שיצר והדרך שבה שילב אותן עם מגוון גדול של שיטות מסורתיות ופריצות דרך אחרות של קודמיו ועמיתיו, וההשלכות האדירות על תורת המספרים בפרט והמתמטיקה בכלל. אך ויילס לא קיבל את המדליה מכיוון שבשנה היעודה, 1998, כבר היה בן 45. האיחוד המתמטי הבינלאומי כיבד אותו בקונגרס באותה שנה בעיטור מיוחד לצד ארבעת זוכי המדליה.

בשבוע שעבר הסתיים בבייג'ין הקונגרס המתמטי הבינלאומי. הפעם הוענקו רק שתי מדליות, על הישגים ברוח "תוכנית לנגלנדס". מדובר בתוכנית שאפתנית שהגה המתמטיקאי רוברט לנגלנדס בשנות השישים, שמטרתה לזהות זיקה בין תחומים מתמטיים שונים ולהביא לאיחודם. מאז נהגתה לא חלה התקדמות משמעותית בתוכנית, עד שויילס הוכיח את השערת טניימה-שימורה, היוצרת גשר בין שני עולמות מתמטיים שונים: עקומות אליפטיות ותבניות מודולריות. לורן פורג, מהמכון ללימודים מדעיים גבוהים בצרפת, קיבל את המדליה השנה על קשרים שיצר בין תורת המספרים ואנליזה. עמיתו, ולדימיר וובודסקי, מהמכון ללימודים מתקדמים בפרינסטון, קיבל את המדליה על גילוי קשרים חשובים בין תורת המספרים וגיאומטריה אלגברית.

גייקוב פאליס, נשיא האיחוד המתמטי העולמי, אמר במעמד הענקת המדליות: "הקהילה המתמטית העולמית מריעה לעבודותיהם המצוינות".

ד"ר טסה מרצה בחוג למתמטיקה שימושית באוניברסיטת תל אביב