



האוניברסיטה הפתוחה
המחלקה למתמטיקה ולמדעי המחשב
החטיבה למדעי המחשב

מנגנוני מכרז באיזון תקציבי חזק לשווקים רבי צדדים
Strongly budget balanced auctions for multi-sided markets

מנחה: פרופ' ריקה גובן

מגיש:

דביר גילאור

תז: 204003230

סמסטר ב' 2022

דוח פרויקט זה הוגש כחלק מהדרישות לקבלת
תואר "מוסמך (M.Sc.) במדעי המחשב" באוניברסיטה הפתוחה
ינואר 2022

4.....	תקציר
4.....	מבוא
4.....	מושגים
5.....	מכרז דו-צדדי (Two-Sided Market)
5.....	מכרז רב-צדדי (Multi-Sided Market)
5.....	רציונליות פרטית (Individual Rationality)
5.....	מאזן תקציבי (Budget Balance)
5.....	אמיתות (Truthfulness)
5.....	הרווח ממסחר (Gain From Trade)
5.....	סוכנים (agents), קטגוריות (categories) וערכים (values)
5.....	זיווגי-רכש (procurement-sets) ועסקאות (deals)
6.....	מתכון (recipe)
6.....	מסחר אופטימלי (optimal trade)
6.....	מטרת העבודה
6.....	התרומה של הפרוייקט
6.....	תיאור המנגנונים
6.....	הגדרות
6.....	סוכנים (Agents) וקטגוריות (Categories)
7.....	עסקאות (Trades) ורווחים (Gains)
7.....	מנגנון מחיר עולה
7.....	מנגנון תחרות חיצונית
8.....	סוכן אחד בכל קטגוריה
8.....	תחרות חיצונית
10	מחיר עולה

11	 מספר סוכנים בכל קטגוריה
12	 תחרות חיצונית
15	 מחיר עולה
17	 ניסויים
17	 הניסוי הראשון
19	 הניסוי השני
20	 הניסוי השלישי
21	 הניסוי הרביעי
24	 שרטוט הפרוייקט
24	 מרכיבי הפרוייקט
26	 רשימת מקורות

תקציר

בשווקים דו-צדדיים, לפי [6] נקבע שאי אפשר למקסם את הרווח ממכירה פומבית (מכרז) תוך סיפוק אמיתות, רציונליות אינדיבידואלית וללא עודף. נעשו ניסיונות לעקוף זאת על ידי השגת רווח מקסימלי ממסחר: המכרזים הדו-צדדיים של מקאפי [5] יש בהן אמיתות ואין גירעון, אך הם מאוזנים בצורה חלשה-תקציבית, ולפי המאמר מאת סגל-הלוי [9] אין בו עודף והוא מאוד מאוזן תקציבית. הם מתייחסים לשתי קטגוריות של סוכנים – קונים ומוכרים, כאשר כל עסקה מורכבת מקונה אחד ומוכר אחד. המורכבות המעשית של יישומים בתחומים מגוונים כמו שרשרת אספקה המחייבת להסתכל מעבר לשווקים דו-צדדיים. הדרישות הנפוצות הן עבור: קונים הסוחרים עם מספר מוכרים של פריטים שונים או זהים, קונים הסוחרים עם מוכרים באמצעות הובלות ומתווכים, ומוכרים הסוחרים עם מספר קונים. אנו מנסים לטפל בהגדרות אלו. אנו מכלילים את המאמר של סגל-הלוי [9] ע"י שדרוג המכרז הדו-צדדי המאזנת תקציבית למכרז רב-צדדי שבו כל עסקה מורכבת ממספר קטגוריות סוכנים. ההכללה שלנו מחדדת את הרעיון של תחרות במכירות פומביות רב-צדדיות על ידי הצגת המושגים של תחרות חיצונית וצמצום סחר. אנו גם מראים יישום של המכרז תוך שימוש בהעלאת מחירים. ונבדוק את ביצועי המנגנון המוצע עם ניסויים בנתונים אמיתיים משוק ההון ונתונים המיוצרים באופן סינתטי.

מבוא

משחר ההיסטוריה מצא האדם דרכים לסחור ולהחליף חפצים הנתונים ברשותו בכאלו אשר נחוצים לו או בתמורה למטבע כלשהו. אופני המסחר הנפוצים ביותר בהיסטוריה היו מקח וממכר וכן מכירה על-ידי מחיר מוצע קבוע מראש. צורת מסחר של מכרז לא הייתה נפוצה לאורך ההיסטוריה אך עם זאת זוהי צורת מסחר עתיקת יומין עם עדויות היסטוריות כבר מ-500 שנה לפני הספירה.

שימוש מודרני במכרזים מקבל תאוצה בשני העשורים האחרונים ומכרזים זוכים לפופולריות רבה ושימושים שונים ומגוונים. האינטרנט ככלי למסחר אלקטרוני מגביר את החשיפה והמודעות למכרזים, ולאחרונה נמצא שימוש רב למכרזים כאמצעי למכירת פרסומות למימון מנגנוני אינטרנט שונים (כגון חברות ואתרי אינטרנט).

מאז תכנון המכרזים האלקטרוניים הראשונים, לפני כשני עשורים, חלה התפתחות משמעותית בשימושם, והיקף המסחר הנערך במכרזי הפרסומות של החיפוש האינטרנטי בלבד נאמד בשנת 2019 ב-134 מיליארד דולר [8]. בעקבות הצורך בידע בתכנון מנגנונים כלכליים, חברות הענק באינטרנט Google ו-Microsoft אף הקימו מרכזי מחקר המתמקדים בחקר ופיתוח מכרזים אלקטרוניים ותכנון מנגנונים כלכליים בסביבת האינטרנט.

הסיבות העיקריות העומדות בבסיס השימוש הרב במכרזים הן (א) האפשרות לערוך עסקה תחרותית במהירות רבה, (ב) חשיפת חלק מהמידע שיש למשתתפים במכרז על-ידי המוכר (דבר המאפשר למוכר למצוא את הזוכים המתאימים ביותר עבורו) ו-(ג) מניעת התנהלות בלתי הולמת בין המוכרים והקונים. התאוריה של תורת המכרזים היא אחד השימושים המוצלחים ביותר של תורת המשחקים בשל השילוב של אתגר מתמטי ושימושיות. שילוב זה הוא גם הסיבה שתורת המכרזים היא נושא מרכזי בתאוריה הכלכלית המודרנית.

עוד על המבוא למכרזים ניתן למצוא ב-[2,5,7].

מושגים

ערך נקרא **ערך פרטי** (private value) של משתתף אם הוא ערך בלתי תלוי בערכים של משתתפים אחרים, כלומר שאינו מושפע מערכיהם של משתתפים אחרים עבור המוצר, וכן הערך ידוע מראש רק למשתתף עצמו (בטרם השתתף במכרז). מכרז מורכב משני רכיבים: א. **משתתפים** – שלהם ערכים, הצעות (אסטרטגיות) ותועלות. ב. **מנגנון המכרז** – ניהול המכרז, הכרזת הזוכים, וקביעת התשלום מהזוכים.

מכרז דו-צדדי (Two-Sided Market)

מנגנון **מכרז דו-צדדי** הינו מנגנון מכרז אשר לו מספר משתתפים קונים ומספר משתתפים מוכרים. לכל מוכר יש פריט אחד למכירה וכל קונה מעוניין לקנות פריט זה. נסמן את ערכו של קונה i בעבור זכיה בפריט ב- $v_i \in \mathbb{R}^+$, ואת ערך עלות הפריט עבור מוכר i ב- $c_i \in \mathbb{R}^-$. לקונה אין ערך שלילי בעבור הפריט משמע $v_i > 0$, ולמוכר אין ערך חיובי בעבור הפריט משמע $c_i < 0$. האפשרויות העומדות בפני הקונה והמוכר הן לסחור או לא לסחור. על מסחר להתקיים כאשר $v_i + c_i \geq 0$.

מכרז רב-צדדי (Multi-Sided Market)

מנגנון **מכרז רב-צדדי** הינו מנגנון מכרז אשר לו מספר סוגי משתתפים (מקטגוריות שונות). המורכבות המעשית של היישומים בתחומים שונים כגון שרשרת האספקה מחייבת להסתכל מעבר לשווקים דו-צדדיים. הדרישות הנפוצות הן: קונים שסוחרים עם מספר מוכרים של פריטים שונים או זהים, קונים שסוחרים עם מוכרים באמצעות מובילים ומתווכים, ומוכרים שסוחרים עם מספר קונים.

רציונליות פרטית (Individual Rationality)

תכונה חשובה ורצויה בתכנון מנגנונים הנה רציונליות פרטית, שמשמעותה שהמשתתף לא יפסיד מכך שהשתתף. לפעמים תכונה זו גם מכונה אילוץ "השתתפות התנדבותית". השם "השתתפות התנדבותית" מצביע על הרעיון שעומד מאחורי רציונליות פרטית והוא שמשתתף אינו מחויב להשתתף במנגנון, אלא יכול להחליט מרצונו החופשי אם להשתתף במנגנון או לא.

מאזן תקציבי (Budget Balance)

תכונה נוספת חשובה ורצויה בתכנון מנגנונים הנה מאזן תקציבי. מאזן תקציבי משמעו העברת תשלומים מן המשתתפים אל המנגנון, אך לא מן המנגנון אל המשתתפים. **מאזן תקציבי חלש** (Weak Budget Balance) הינו כאשר הסכום הכולל ששולם על ידי כל הסוכנים יחד צריך להיות לפחות 0, כדי שמנהל המכרז לא יפסיד כסף. דרישה חזקה יותר שנקראת **מאזן תקציבי חזק** (Strong Budget Balance) היא שהסכום הכולל יהיה בדיוק 0, כדי שמנהל המכרז לא ייקח כסף מהקופה, מכיוון שזה עלול להרחיק סוחרים.

אמיתות ברורה (obviously-truthful)

ערכי הסוכנים הם המידע הפרטי שלהם. אנו מניחים שהסוכנים שואפים למקסם את התועלת שלהם (הערך בניכוי המחיר שהם משלמים/מקבלים). עם "**אמיתות ברורה**" (obviously-truthful), לכל סוכן הרווח הנמוך ביותר שהוא עשוי להשיג על ידי התנהלות אמיתית היא לפחות כמו הרווח הגבוהה ביותר שהוא עשוי לקבל על ידי התנהלות בלתי-אמיתית.

הרווח ממסחר (Gain From Trade)

ההבדל בין הערך הכולל של הפריטים שנמכרו לקונים לבין הערך הכולל של פריטים אלה עבור המוכרים.

סוכנים (agents), קטגוריות (categories) וערכים (values)

מכרז מורכב מקבוצות סוכנים המחולקת לקטגוריות. לכל קטגוריה יש קבוצת סוכנים משלה, סוכן לא יכול להיות בשני קטגוריות שונות במקביל. לכל סוכן יש את הערך שלו, דהיינו כמה הוא מעריך שהוא מוכן לשלם/לקבל עבור מוצר המוכר במכרז.

זיווגי-רכש (procurement-sets) ועסקאות (deals)

בהינתן מכרז, המטרה שלנו היא למצוא זיווגי-רכש של סוכנים אשר מביאים לידי רווח של הסוכנים. זיווג-רכש זה נקרא עסקה.

מתכון (recipe)

מתכון הינו וקטור בגודל מספר הקטגוריות המורכב ממספרים שלמים אי שליליים. כל מספר במתכון מייצג כמה סוכנים בקטגוריה זו צריכים להשתתף בכל עסקה.

מסחר אופטימלי (optimal trade)

כדי לבדוק את יעילות המנגנון שלנו נצטרך קודם לחשב מהו המסחר האופטימלי שניתן לקבל במכרז מסוים. נחשב זאת ע"י מיון סוכנים בסדר יורד, והמטרה היא לראות כמה זיווגי-מסחר עם רווח חיובי ניתן לבצע. ולפי זה נדע כמה עסקאות ניתן לבצע במכרז נתון ואף נוכל גם לחשב מהו הרווח המקסימלי מהמסחר שניתן לקבל ממכרז נתון.

מטרת העבודה

בהינתן מכרז, רצינו לבנות קוד תכנותי המריץ את המנגנון כך שימצא זיווגים תוך מיקסום ככל האפשר את הרווח ממסחר (GFT) של המכרז, תוך שימור שלושת התכונות: רצינויות פרטית, מאזן תקציבי חזק ואמיתות. לצורך כך כתבנו פרוייקט המריץ את שני המנגנונים עבור מכרז רב משתתפים:

- מנגנון תחרות חיצונית (External Competition)
- מנגנון מחיר עולה (Ascending Price)

התרומה של הפרוייקט

התרומה שלנו כפולה: ראשית אנו מממשים הכללה של המכרז הדו-צדדי של [9] למכרז רב צדדי שבו קבוצות מסחר מורכבות מכמה סוגי סוכנים ומכמה עותקים מכל סוג של סוכן. ההכללה שלנו מחדדת את הרעיון של תחרות במכירות פומביות רב-צדדיות על ידי הצגת הרעיון של תחרות חיצונית.

שנית, בנוסף למכרז הרב-צדדי של מנגנון תחרות חיצונית עם חשיפה ישירה (הסוכנים חושפים את הצעת המחיר האמיתית שלהם לבעל המכרז), אנו גם מממשים מכרז רב-צדדי של מנגנון מחיר עולה המיישמת את אותו רעיון. עם זאת, היתרון המעשי של מכרז זה הוא התכונה של אמיתות-ברורה שבזכותה קל יותר לאנשים להבין שמשתלם להם יותר להיות כנים בהצעת המחיר שלהם, גם אם הם לא מומחים בתורת המשחקים. זה חשוב במיוחד כאשר עוסקים בשווקים המורכבים ממספר צדדים עם ישויות רבות.

תיאור המנגנונים

תחילה נציג את ההגדרות הפורמליות. לאחר מכן נציג את פתרון המכרז הרב-צדדי שלנו בשני שלבים, כך שהקורא יוכל לבנות הבנה ברורה של התפיסה החדשה של המנגנונים: תחרות חיצונית ומחיר עולה. ראשית, נציג מנגנון חימום שבו כל סחר דורש בדיוק סוכן אחד מכל קטגוריה. לאחר מכן, נרחיב את מושג המנגנון כדי לאפשר כל ערך קבוע של סוכנים מכל קטגוריה. ולבסוף נציג כמה ניסויי סימולציה שמעריכים את הביצועים של המכירות הפומביות שלנו.

הגדרות

סוכנים (Agents) וקטגוריות (Categories)

מכרז מוגדר על ידי קבוצה של סוכנים המקובצים לקטגוריות שונות.

- N היא קבוצת הסוכנים.
- G היא קבוצת קטגוריות הסוכנים.
- N_g היא קבוצת הסוכנים בקטגוריה g . $g \in G$.
- הקטגוריות הינן קבוצות זרות של סוכנים $N = \bigcup_{g \in G} N_g$.

כל עסקה במרכז דורשת שילוב מסוים של סוכנים. אנו מכנים תת-קבוצה של סוכנים שיכולים לבצע עסקה בודדת בשם זיווג-רכש (PS). מתכון ה-PS של המרכז הוא וקטור בגודל $|G|$ המסומן ב- $r := (r_g)_{g \in G}$ כאשר r_g הוא מספר שלם חיובי לכל $g \in G$. זה מתאר את מספר הסוכנים שצריך להיות בכל קטגוריה ב-PS. כלומר כל PS צריך להכיל r_1 סוכנים מקטגוריה 1, r_2 סוכנים מקטגוריה 2, וכן הלאה. לדוגמה, מתכון ה-PS של מרכז דו-צדדי סטנדרטי הוא $(1,1)$, מכיוון שיש שתי קטגוריות סוכנים, קונים ומוכרים, וכל PS צריך להכיל קונה אחד ומוכר אחד.

דוגמה נוספת, נקח מרכז עם שלוש קטגוריות: קונים, מוכרים ומובילים. ומתכון PS $(1,2,2)$. במרכז זה, כל עסקה דורשת קונה אחד, שני מוכרים ושני מובילים.

לכל סוכן $i \in N$ יש ערך v_i , המייצג את השווי הכספי של הסוכן מהשתתפות במסחר, והינו המידע הפרטי של הסוכן. הערך של הקונה בדרך כלל חיובי בעוד שהערך של המוכר הוא בדרך כלל שלילי. יש לציין שתועלת הסוכנים היא לינארית עם הכסף: התועלת של סוכן i הנמצא ב-PS המשלם p_i היא $u_i := v_i - p_i$.

עסקאות (Trades) ורווחים (Gains)

נסמן ב- $GFT(S)$ את הרווח מהמסחר (gain-from-trade) של זיווג-רכש S , והוא סכום הערכים של כל הסוכנים ב- S :

$$GFT(S) = \sum_{i \in S} u_i$$

במרכז דו-צדדי סטנדרטי, הרווח מהמסחר של זיווג-רכש עם קונה b ומוכר s הוא $v_s + v_b$, נשים לב שערך המוכר הוא שלילי.

בהינתן מכר (N, G, r) , מסחר (trade) הוא אוסף של זיווגי-רכש (זרות בקבוצות) המבצעות עסקאות. כלומר, זהו אוסף של תת-קבוצות של סוכנים, $S_1, \dots, S_k \subseteq N$, כך שלכל $j \in \{1, \dots, k\}$, הרכב הסוכנים ב- S_j מתאים למתכון r . סך ה- GFT הוא סכום ה- GFT של כל הזיווגי-רכש המשתתפות במסחר:

$$GFT(S_1, \dots, S_k) := \sum_{j=1}^k GFT(S_j)$$

עסקה נקראת אופטימלית אם ה- GFT שלה הוא מקסימלי על פני כל העסקאות האפשריות. כמו ב-[5], אנו מגדירים את k כגודל של מסחר אופטימלי. כאשר יש זיווגי-רכש עם GFT שווה ל-0, ייתכן שיהיו כמה עסקאות שונות עם אותו GFT אופטימלי; אנו מגדירים k כגודל הגדול ביותר של GFT אופטימלי.

בהינתן ערכי הסוכנים, אפשר לחשב את k על ידי סידור הסוכנים בכל קטגוריה לפי ערך בסדר יורד, ונקבץ לזיווגי-רכש, רק אלו שה- GFT שלהם הוא לפחות 0.

מנגנון מחיר עולה

במנגנון רציף דטרמיניסטי, מנהל המרכז שואל את הסוכנים שאילתה מהי הערכות השווי שלהם (למשל האם v_i הוא מעל/מתחת לסף מסוים). בהתבסס על תשובות הסוכנים, מנהל המרכז עשוי להחליט להמשיך ולשאול שאלות, או לסיים. כאשר המנגנון מסתיים, מנהל המרכז בוחר את וקטור התשובות a , וקובע את המסחר $S(a)$ ואת וקטור המחיר $p(a)$. התשובות של הסוכנים לשאלות חייבות להיות עקביות. יש לשים לב, שבנינו את המנגנונים שלנו כך שהתועלת הנמוכה ביותר שסוכן יכול לקבל על ידי תשובה אמיתית (לא לשקר למנהל המרכז) היא לפחות כמו התועלת הגבוהה ביותר שסוכן יכול לקבל על ידי תשובה שקרית (לענות למנהל המרכז "כן" למרות שבפועל הערך נמוך מהמחיר שמנהל המרכז שאל אותו).

מנגנון תחרות חיצונית

המנגנון מבוסס על הרעיון של תחרות בין סוכנים ומבוצע ע"י חשיפה ישירה של ערכי הסוכנים למנהל המרכז. בהינתן העסקאות $(S_1, \dots, S_k)$ נגדיר את N_{rm} להיות $N_{rm} := N - (S_1 \cup \dots \cup S_k)$ שזה תת-קבוצת הסוכנים שאינם משתתפים במסחר ("השוק הנותר").

נקח סוכן i מתוך N_g , נקח קבוצה המכילה סוכן בודד מכל קטגוריה השונה מ- g , כלומר $T \subseteq N_{rm}$. נגדיר $v_{h,T}$ להיות ערך של הסוכן היחיד שב- $N_h \cap T$. הסט T נקרא **תחרות חיצונית** עבור i בתנאי ש:

$$r_g \cdot v_i + \sum_{h \neq g} r_h \cdot v_{h,T} \geq 0$$

באופן אינטואיטיבי, קבוצה T היא תחרות חיצונית עבור i אם ורק אם ניתן לבנות PS התואם את המתכון r , בעל GFT חיובי, על ידי נטילת r_g שיבוטים של i , בתוספת r_h שיבוטים של הסוכן הייחודי ב- $N_h \cap T$ עבור כל $h \neq g$. במקרה המיוחד של מתכון בינארי, כאשר $r_g = 1$ עבור כל $g \in G$, קבוצה T היא תחרות חיצונית עבור i אם ורק אם $T \cup \{i\}$ תואם את המתכון r , ומתקיים:

$$GFT(T \cup \{i\}) \geq 0$$

במרכז דו צדדי פשוט, התחרות החיצונית של קונה הנמצא בקבוצת המסחר הינה המוכר שלא נמצא בקבוצת המסחר שערכו גבוה מספיק כך ששילוב של שניהם מניב זוג עם GFT מעל 0.

במרכז תלת צדדי עם קונים, מוכרים ומתווכים, עם מתכון $r = (1,1,1)$, התחרות החיצונית של קונה הנמצא בקבוצת המסחר היא צמד של מוכר ומתווך שלא נמצאים בקבוצות המסחר, כך שה-GFT של קונה+מוכר+מתווך הוא לפחות 0.

סוכן אחד בכל קטגוריה

לפני הצגת המכרזים שלנו למקרה הכללי, אנו מציגים קודם מקרה מיוחד שבו מתכון ה-PS הבודד במכרז הוא וקטור של אֶפְדִים, כך שכל PS חייב להכיל סוכן אחד בלבד מכל קטגוריה. אנו מציגים תחילה מנגנון ישיר המבוסס על תחרות חיצונית ולאחר מכן מנגנון רציף המבוסס על עליית מחירים. שני המנגנונים הללו מבוססים על סדר הקטגוריות, דהיינו ניתן לסדר את המנגנון ב- $|G|!$ צורות סדר שונות המניבות מנגנון שונה. סדר הקטגוריות צריכה להיות קבועה מראש ולא תלויה בערכי הסוכנים.

תחרות חיצונית

המכרז לתחרות חיצונית הוא מנגנון ישיר אקראי המבוסס על המאמרים [1,4]. מנגנון זה מחייב את הסוכנים לדווח על הערכים שלהם למנהל המכרז ואז ממשיך כמו באלגוריתם 1:

אלגוריתם 1
קלט: קבוצת סוכנים N , קבוצת קטגוריות, ומתכון של אֶפְדִים $r = 1^G$.
1. נחשב את המסחר האופטימלי:
a. נמיין את הסוכנים בכל קטגוריה לפי סדר יורד של ערכם.
b. נבנה PS-ים בסדר יורד של GFT, כל עוד ה-GFT אינו שלילי.
c. קבוצת ה-PS-ים המתקבלת היא המסחר האופטימלי; מספר ה-PS-ים הללו מסומן ב- k .
2. נמיין את ה-PS-ים שבמסחר האופטימלי כך ש: $GFT(S_1) \leq \dots \leq GFT(S_k)$.
3. נקח את הסוכנים שב- S_1 לפי סדר הקטגוריות שנקבע מראש.
a. נאתחל את i לסוכן הראשון שב- S_1 לפי הסדר.
4. נחפש תחרות חיצונית עם ה-GFT הגדול ביותר:
a. אם לא תימצא תחרות חיצונית עבור i :
i. אז i מוסר מהמסחר (ונוסף ל- N_{rm}).
ii. נקח סוכן הבא מ- S_1 ונסמן אותו ב- i ונחזור לשלב 4.
b. אחרת,
i. נמצאה תחרות חיצונית עבור i , נסמן זאת ב- T_1 .
ii. נסמן סוכן זה בתור הסוכן המרכזי, ונסמן את הקטגוריה שלו בתור הקטגורייה המרכזית ונסמן אותה ב- g_o .

- iii. עבור כל קטגורייה g שאינה המרכזית, נסמן ב- $v_g^{T_1}$ את הערך של הסוכן היחיד שב- $T_1 \cap N_g$.
- iv. עבור כל קטגורייה g שאינה המרכזית נגדיר $p_g := v_g^{T_1}$.
- v. עבור הקטגורייה המרכזית נגדיר סכום ערכים כך: $p_0 := -\sum_{g \neq g_0} v_g^{T_1}$.
5. נקבע את המסחר הסופי:
- לכל קטגורייה g נקבע את n_g להיות מספר הסוכנים של N_g שנותרו במסחר.
 - נגדיר גודל קטגוריה מינימלית: $n_{min} := \min_{g \in G} n_g$.
 - לכל קטגוריה בעלת מספר הסוכנים גדול מהקטגוריה המינימלית, דהיינו לכל קטגוריה g שעבורה מתקיים $n_g > n_{min}$:
 - נבחר באופן אקראי $(n_g - n_{min})$ סוכנים ונסיר אותם מהמסחר.
 - כל סוכן שנותר במסחר מקטגוריה g סוחר ומשלם p_g .
 - כל שאר הסוכנים שהוסרו מהמסחר אינם סוחרים ואינם משלמים.

אנו מסבירים כל שלב באמצעות הדוגמה שבטבלה 1:

טבלה 1

קטגוריה	ערכי הסוכנים
קונים	17, 14, 13, 9, 6
מוכרים	-1, -4, -5, -8, -11
מתווכים	-1, -3, -4, -7, -10

שלב 1, חישוב מסחר אופטימלי

נמין את הסוכנים בכל קטגוריה לפי סדר יורד של ערכם. נשלב את הסוכנים בעלי הערך הגבוה ביותר בכל קטגוריה ל-PS. נמשיך לבנות PS-ים בצורה זו כל עוד ה-GFT של ה-PS-ים שנבנה אינו שלילי. הסט המתקבל של PS-ים נקרא המסחר האופטימלי. נסמן ב- k את מספר ה-PS-ים במסחר האופטימלי. בדוגמה שלנו, $k=3$ והמסחר האופטימלי מכיל את ה-PS-ים הבאים: $(17, -1, -1)$ עם $GFT = 15$, $(14, -4, -3)$ עם $GFT = 7$, ו- $(13, -5, -4)$ עם $GFT = 4$. השוק הנותר, המסומן על ידי N_{rm} , מכיל שני קונים 9,6, שני מוכרים -8, -11 ושני מתווכים -7, -10.

שלב 2

נמין את ה-PS-ים שבמסחר האופטימלי כך ש: $GFT(S_1) \leq \dots \leq GFT(S_k)$. בדוגמה שלנו, S_1 הינו ה-PS: $(13, -5, -4)$.

שלב 3

נקח את הסוכנים שב- S_1 לפי סדר הקטגוריות שנקבע מראש. ונאתחל את i להיות הסוכן הראשון שב- S_1 לפי הסדר. בדוגמה שלנו הקטגוריה הראשונה היא קטגוריית הקונים, והקונה הראשון הינו בעל הערך 13.

שלב 4

נחפש תחרות חיצונית עבור סוכן i עם ה-GFT הגדול ביותר, ישנם שני מקרים:

שלב 4א

לא נמצאה תחרות חיצונית עבור i . אז נסיר אותו מהמסחר ונוסיף אותו ל- N_{rm} , ונחזור שוב על שלב 4 עם הסוכן הבא שנמצא ב- S_1 ונסמן אותו ב- i . בדוגמה שלנו, אנו לוקחים תחילה את הקונה 13. ה-GFT המקסימלי של PS המכיל את הקונה הזה וסוכנים מ- N_{rm} הוא -2. עבור ה-PS $(13, -8, -7)$ ה-GFT הוא שלילי ולכן אינו נחשב לתחרות חיצונית. לכן, הקונה 13 מוסר מהמסחר, וחוזרים לשלב 4 עם הסוכן הבא של S_1 , שזה המוכר -5.

שלב 4

נמצאה תחרות חיצונית עבור i , נסמן זאת ב- T_1 . נציין סוכן זה בתור הסוכן המרכזי, נציין את הקטגוריה שלו בתור הקטגוריה המרכזית ונסמן אותה ב- g_o . בדוגמה שלנו, ה-GFT המקסימלי של PS שמכיל את המוכר 5 – וסוכנים מ- N_{rm} הוא +1 עבור ה-PS (7, -5, -13). נשים לב שהקונה 13 שהוסר מקודם כעת משתתף ב-PS זה כי הוא הועבר ל- N_{rm} כשהוסר מהמסחר. ה-GFT חיובי ולכן זו תחרות חיצונית; הקטגוריה המרכזית (g_o) הינה קטגוריית המוכרים.

עבור כל קטגורייה g שאינה הקטגורייה המרכזית, נסמן ב- $v_g^{T_1}$ את הערך של הסוכן היחיד שב- $T_1 \cap N_g$. המחירים שהסוכנים צריכים לשלם בעסקה הינם: עבור כל קטגוריה g שאינה הקטגורייה המרכזית נגדיר מחיר $p_g := v_g^{T_1}$, ועבור הקטגורייה המרכזית נגדיר את המחיר p_o כך: $p_o := -\sum_{g \neq g_o} v_g^{T_1}$. האינטואיציה מאחורי שיטת התמחור היא שאם יש לפחות שחקן אחד (הסוכן המרכזי) עם השפעות חיצוניות כלפי כל שאר הסוכנים האחרים אז עבור הסוכן מהקטגוריה המרכזית אנו גובים את ההשפעות החיצוניות של הסוכן המרכזי בעוד ששאר הסוכנים בקטגוריות האחרות מחויבות בערך הקריטי של הקטגוריות שלהן. תנאי זה מבטיח לכל קטגוריה ערך קריטי והתקציב יישאר מאוזן (לא יישאר עודף למנהל המרכז). בדוגמה שלנו, עבור הקונים המחיר המתקבל הוא 13, (כמו הקונה שב- T_1), עבור המתווכים המחיר המתקבל הוא 7 (כמו המתווך שב- T_1), ועבור המוכרים המחיר המתקבל הוא הסכום: $-6 = -(13 - 7)$. וקטור המחירים הסופי הוא אפוא (7, -6, -13) כלומר, כל הקונים משלמים 13, כל המוכרים מקבלים 6 וכל המתווכים מקבלים 7.

שלב 5

לאחר חישוב המחירים, המסחר הסופי נקבע באופן הבא: בכל קטגוריה נספור את מספר הסוכנים שנותרו במסחר. כל הסוכנים שבקטגוריות עם הספירה הקטנה ביותר משתתפים במסחר. בשאר הקטגוריות (עם ספירה גדולה יותר) יש להסיר באופן אקראי סוכן אחד. בדוגמה שלנו, נותרו שני קונים (14, 17) שכולם סוחרים במחיר 13; נותרו שלושה מוכרים (5, -4, -1) שניים מהם נבחרים באקראי ומקבלים את התשלום 6; ונותרו שלושה מתווכים (4, -3, -1) שניים מהם מקבלים את התשלום 7.

יש לשים לב שסדר שונה של בחירת קטגוריות לתחרות מתוך $6 = 3!$ אפשרויות סדר שונות, מוביל לתוצאה שונה. אך אין סיבה להעדיף סדר אחד על פני השני, כי כולם מספקים את המאפיינים הרצויים.

דוגמת הרצת הקוד נמצא בפרוייקט בקובץ `trade_reduction_demo_111.py`.

מחיר עולה

מכרז של מחירים עולים הוא מנגנון רציף אקראי. מנהל המכרז שומר על מחיר p_g עבור כל קטגוריה $g \in G$. כל המחירים מאותחלים ל- $-V$, כאשר V הוא מספר גדול מספיק כך שכל הערכות השווי של הסחורה האפשריות נמצאות בטווח $(-V, \frac{V}{|G|})$. בתחילת האלגוריתם, כל הסוכנים משתתפים במכרז. בעל המכרז מעלה את המחירים בהדרגה בצעדים קטנים (למשל בסנט בודד). לאחר כל העלאת מחיר, מנהל המכרז שואל כל סוכן בתורו (בסדר מוגדר מראש) אם ערכו עדיין גבוה מהמחיר. סוכן שעונה "לא" מוסר לצמיתות מהמכרז. כאשר סכום המחירים הופך ל-0, המכרז מסתיים והסוכנים הנותרים סוחרים. להלן אלגוריתם 2:

אלגוריתם 2
קלט: מכרז N , קבוצה של קטגוריות G ומתכון $r = 1^G$.
1. אתחול: עבור כל $g \in G$, נגדיר $p_g := -V$ ו- $M_g := N_g$.
2. נבחר קטגוריה g^* עם הגודל $ M_g $ הגדול ביותר; אם יש תיקו בגודל הקטגוריה אז נבחר לפי סדר הקטגוריות שצוין מראש.
3. נשאל כל סוכן $i \in M_{g^*}$ בסדר קבוע מראש, האם $v_i > p_{g^*}$.
a. אם סוכן $i \in M_{g^*}$ עונה "לא", נסיר אותו מ- M_{g^*} ונחזור לשלב 2 (אם לאחר ההסרה M_{g^*} מתרוקן, המכרז נפסק ואין מסחר).

- b. אם כל הסוכנים ב- M_{g^*} ענו "כן" אז נגדיל את p_{g^*} ביחידה אחת (סנט בודד).
- c. אם לאחר העלאת המחיר הגענו לסכום $\sum_{g \in G} p_g = 0$ אז נמשיך לשלב 4; אחרת נחזור לשלב 3.
4. נקבע את המסחר הסופי:
- נגדיר $n_{\min} := \min_{g \in G} |M_g|$ להיות גודל הקטגוריה הקטנה ביותר. לכל קטגוריה g עם מספר סוכנים הנותרים גדול מ- $n_{\min}$ נבחר $|M_g| - n_{\min}$ סוכנים באופן אקראי ונסיר אותם מ- M_g . כל סוכן שנותר ב- M_g משלם/מקבל p_g . כל שאר הסוכנים שלא במכרז – לא משלמים ולא מקבלים כלום.

אנו מסבירים כל שלב באלגוריתם באמצעות הדוגמא שבטבלה 1:

שלב 1

עבור כל קטגוריה $g \in G$, נגדיר M_g סט סוכנים מ- N_g המעוניינים לסחור במחירים הנוכחיים p_g . תחילה הערכים מאותחלים כך $-V := p_g$ ו- $N_g := M_g$.

שלב 2

נחשב את מספר הסוכנים בכל M_g , ונבחר בקטגוריה g^* עם מספר הסוכנים הגדול ביותר. אם יש תיקו בגודל הקטגוריה אז נבחר לפי סדר הקטגוריה שצוין מראש. בדוגמא שלנו, $|M_g| = 5$ עבור כל $g \in G$, כך ש- g^* מוגדר להיות קטגוריית הקונים, שהיא הראשונה בסדר הקטגוריות שהוגדר מראש.

שלב 3

נשאל כל סוכן בקטגוריה שנבחרה g^* את השאלה הבאה "האם הערך שלך גבוה מ- p_{g^*} ". המנגנון ממשיך לפי התשובות של הסוכנים:

- a. אם סוכן כלשהו $i \in M_{g^*}$ עונה "לא", מנהל המכרז מסיר את הסוכן i מ- M_{g^*} וחוזר לשלב 2 כדי לבחור קטגוריה חדשה וגדולה יותר. (אם לאחר ההסרה M_{g^*} מתרוקן, המכרז נפסק ואין מסחר).
- b. אם כל הסוכנים ב- M_{g^*} עונים "כן", אזי בעל המכרז מעלה את המחיר p_{g^*} ביחידה אחת (סנט בודד).
- c. אם לאחר העלייה הגענו לסכום המחירים שווה לאפס, אזי בעל המכרז מפסיק להעלות את המחירים ועובר לשלב 4 כדי לקבוע את המסחר הסופי. אם סכום המחירים עדיין מתחת לאפס, מנהל המכרז חוזר לשלב 3 וממשיך להעלות את המחירים ולשאול את הסוכנים האם הערך שלהם גבוה מ- p_{g^*} .

בדוגמא שלנו, כל הקונים עונים "כן" עד שהמחיר שלהם יעלה ל-6; אז סוכן אחד עונה "לא" ומוסר מהמכרז. ואז g^* עובר לקטגוריית המוכרים: כל המוכרים עונים "כן" עד שהמחיר שלהם עולה ל-11; אז מוכר אחד עונה "לא" ומוסר. באופן דומה, מחיר המתווכים עולה ל-10 ומתווכ אחד מוסר; מחיר הקונים עולה ל-9 וקונה אחד מוסר; מחיר המוכרים עולה ל-8 ומוכר אחד מוסר; מחיר המתווכים עולה ל-7 ומתווכ אחד מוסר; המחיר של הקונים עולה ל-13 וקונה אחד מוסר. שימו לב שסכום המחירים הוא כעת $-2 < 0$ כך שהמכרז עדיין ממשיך. לאחר מכן, המחיר של המוכרים עולה ומגיע למחיר -6, סכום המחירים מגיע ל-0, כך שבעל המכרז עובר לשלב 4.

שלב 4

נקבע את המסחר הסופי. שלב זה זהה לשלב 5 באלגוריתם 1 של מנגנון תחרות חיצונית.

דוגמת הרצת הקוד נמצא בפרוייקט בקובץ `ascending_auction_demo_111.py`.

מספר סוכנים בכל קטגוריה

פרק זה מרחיב את הפרק הקודם בכך שהוא מאפשר למתכנן ה-PS להיות וקטור של מספרים שלמים חיוביים, ולא רק אֶחָדִים. לכל קטגוריה g יש מספר שלם $r_g \geq 1$, וכל PS חייב להכיל בדיוק r_g סוכנים מקטגוריה הזו. הסבר מפורט מובא עבור הרחבת שני האלגוריתמים, תוך שימוש בשלוש הדוגמאות המוצגות בטבלה 2

טבלה 2					
דוגמא 3, $r = (3,2)$		דוגמא 2, $r = (2,2,3)$		דוגמא 1, $r = (1,2)$	
קטגוריה	ערכי הסוכנים	קטגוריה	ערכי הסוכנים	קטגוריה	ערכי הסוכנים
קונים	17, 14, 13, 9, 6	קונים	17, 16, 15, 14, 13, 12, 10, 6	קונים	17, 14, 13, 9, 6
מוכרים	-1, -2, -3, -4, -5, -7, -8, -10, -11	מתווכים	-3, -4, -5, -6, -7, -8, -9, -10	מוכרים	-1, -2, -3, -4, -5, -7, -8, -10, -11
		מוכרים	-1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8		

תחרות חיצונית

המנגנון הישיר האקראי המבוסס על תחרות חיצונית מוצג באלגוריתם 3.

אלגוריתם 3
קלט: מכרז N, קבוצה של קטגוריות G ומתכון $r \in Z_+^G$. 1. בניית PS-ים: נמיון את הסוכנים בכל קטגוריה לפי סדר יורד של ערכם. נבנה PS-ים, המתחילים מהסוכנים בעלי הערך הגבוה ביותר בכל קטגוריה. כל עוד ה-GFT של ה-PS הבנוי אינו שלילי ולכל היותר ל-PS אחד יש GFT שלילי. נגדיר את k להיות מספר ה-PS-ים בעלי GFT חיובי. נגדיר את w להיות מספר ה-PS-ים שנבנו בסך הכל ($w=k$ או $w=k+1$). נגדיר את $w=k+1$ רק כאשר ניתן לבנות PS שלילי לפי r מהשוק הנותר לאחר בניית כל PS חיובי). נגדיר את W_{rm} (השוק הנותר) להיות קבוצת הסוכנים שלא ב-$S_w \cup \dots \cup S_1$. 2. נמיון את זיווגי-הרכש כך שמתקיים $GFT(S_1) \leq \dots \leq GFT(S_w)$. 3. נסתכל על הסוכנים שב-S_1 בסדר הקטגוריות שנקבע מראש. בתוך כל קטגוריה, נמיון את הסוכנים שב-$N_g \cap S_1$ בסדר עולה. נגדיר את i להיות הסוכן הראשון שב-S_1 לפי הסדר הזה, כלומר הערך הנמוך ביותר של הקטגוריה הראשונה. 4. נחפש תחרות חיצונית ל-i עם ה-GFT הגדול ביותר שב-W_{rm}, באמצעות סוכן יחיד מכל g (כולל הקטגוריה של i) בכפולות של r_g פעמים. a. אם לא תימצא תחרות חיצונית עבור i אז הסר אותו מהמסחר (והוסף אותו ל-W_{rm}) ונגדיר את i להיות הסוכן הבא שב-S_1 ונחזור לשלב 4. b. אחרת, נמצא תחרות חיצונית עבור i; נסמן זאת ב-I_{co}. נסמן את סוכן ה-i בתור הסוכן המרכזי ואת הקטגוריה שלו בתור הקטגוריה המרכזית ונסמן אותה ב-g_o. c. נחשב את מחירי המסחר: המחיר p_g של כל סוכן שאינו בקטגוריה המרכזית יהיה v_g שהוא המחיר של הסוכן היחיד שנמצא ב-$N_g \cap I_{co}$. המחיר p_o של כל סוכן שב-g_o מוגדר ל: $p_o := \frac{-(\sum_{g \neq g_o} r_g \cdot v_g)}{r_o}$. 5. נקבע את המסחר הסופי: a. עבור כל $g \in G$, נגדיר את n_g להיות מספר הסוכנים של N_g שנותרו במסחר. b. נגדיר את c_g להיות $c_g := \left\lfloor \frac{n_g}{r_g} \right\rfloor$. c. נגדיר את c_{min} להיות $c_{min} := \min_{g \in G} c_g$. d. עבור כל קטגוריה g שמשקלה גדול מ-c_{min} דהיינו $n_g > c_{min} \cdot r_g$ אזי נבחר באופן אקראי $n_g - c_{min} \cdot r_g$ סוכנים ונסיר אותם מהמסחר n_g. e. סוכנים שנותרו בעסקאות משלמים p_g, כל שאר הסוכנים לא סוחרים ולא משלמים.

אנו מסבירים כל שלב באלגוריתם באמצעות הדוגמאות שבטבלה 2.

קוד ההרצה של הדוגמאות הנ"ל עבור אלגוריתם זה נמצא בפרוייקט בקובץ `trade_reduction_protocol.py`.

שלב 1

נמין את הסוכנים בכל קטגוריה בסדר עולה לפי ערכם. נבחר את r_g הסוכנים בעלי הערכים הגבוהים ביותר בכל קטגוריה g לתוך PS. נבחר גם את r_g הסוכנים הבאים בתור בעלי הערך הגבוה ביותר בכל קטגוריה ל-PS הבא. נמשיך לבנות PS-ים כל עוד יש מספיק סוכנים כדי להמשיך להרכיב PS-ים שלמים ומותר ליצור לכל היותר פעם אחת PS בעל GFT שלילי. שלא כמו באלגוריתם 2 ששם כל ה-PS-ים הם בעלי GFT חיובי בלבד, כאן מותר PS אחד עם GFT שלילי. נשים לב שקודם לא היה צורך לחשב את ה-GFT השלילי הגבוה ביותר, מכיוון שכל חבריו תמיד מוסרים מהמסחר ולא יהיו להם תחרות חיצונית. לעומת זאת, בגרסה הנוכחית לסוכן i מקטגוריה g ב-PS עם GFT שלילי עשויה להיות תחרות חיצונית. מכיוון שלפי הגדרת התחרות החיצונית הערך של i מוכפל ב- r_g , אם יש לו ערך גבוה יותר מאשר סוכנים אחרים ב- r_g , ה-GFT המחושב עשוי להיות חיובי למרות העובדה שה-GFT של PS עם i הוא שלילי.

סט ה-PS-ים עם GFT לא שלילי הוא המסחר האופטימלי. כמו באלגוריתם 1, אנו מסמנים ב- k את מספר ה-PS-ים במסחר האופטימלי. נסמן ב- w את המספר הכולל של PS-ים שבנינו (כולל את ה-PS הבודד עם ה-GFT השלילי אם קיים).

בדוגמא 1 נקבל $k = 3$ ו- $w = 4$. המסחר האופטימלי מכיל שלושה PS-ים: $(-1, -2; 17)$ עם GFT 14, $(-3, -4; 14)$ עם GFT 7 ו- $(-5, -7; 13)$ עם GFT 1. רשימת ה-PS-ים הכוללת שנבנה מכיל את שלושת ה-PS-ים האופטימליים וגם את ה-PS הרביעי $(-8, -10; 9)$ עם GFT -9. השוק הנוסף, אותו אנו מסמנים ב- W_{rm} , מכיל את הקונה 6 ואת המוכר 11 – (הסוכנים הנוותרים אינם בשום PS, לא שלילי ולא חיובי).

בדוגמא 2 נקבל $k = w = 2$. המסחר האופטימלי מכיל שני PS-ים: $(-1, -2, -3; 17, 16; -3, -4)$ עם GFT 20 ו- $(-4, -5, -6; 15, 14; -5, -6)$ עם GFT 3. השוק הנוסף (W_{rm}) מכיל את הקונים 13, 12, 10, 6, את המתווכים 10, -9, -8, -7 ואת המוכרים 7, -8, -7. השוק הנוסף אינו מכיל מספיק מוכרים כדי להרכיב PS נוסף במבנה של המתכון ולכן לא נוכל להרכיב PS שלילי (או חיובי).

בדוגמא 3 נקבל $k = 1$ ו- $w = 2$. המסחר האופטימלי מכיל רק את ה-PS $(-2, -4; 20, 18, 16)$ עם GFT 48. ה-PS הבא הוא $(-6, -8; 9, 2, 1)$ עם GFT שלילי -2. השוק הנוסף (W_{rm}) מכיל רק את המוכרים 14, -12, -10 ואינו מכיל קונים כלל.

שלב 2

נמין את כל ה-PS-ים (כולל השלילי אם קיים) על ידי GFT עולה, כך שמתקיים: $GFT(S_1) \leq \dots \leq GFT(S_w)$. בדוגמא 1 ה- S_1 הוא $(-8, -10; 9)$. בדוגמא 2 ה- S_1 הוא $(-4, -5, -6; 15, 14; -5, -6)$. בדוגמא 3 ה- S_1 הוא $(-6, -8; 9, 2, 1)$.

שלב 3

נסתכל על הסוכנים שב- S_1 בסדר הקטגוריות שנקבע מראש. בתוך כל קטגוריה נמין את הסוכנים שב- $N_g \cap S_1$ בסדר עולה. נגדיר את i להיות הסוכן הראשון שב- S_1 לפי הסדר הזה (המכיל את הערך הנמוך ב- S_1 לפי הקטגוריה שלו). בדוגמא 1 ה- i הוא הקונה 9, בדוגמא 2 ה- i הוא הקונה 14, בדוגמא 3 ה- i הוא הקונה 1.

שלב 4

נחפש תחרות חיצונית עבור i עם ה-GFT הגדול ביותר. חשוב לציין, תחרות חיצונית נבנית באמצעות סוכן יחיד מכל קטגוריה g (כולל הקטגוריה של i), אשר משוכפל r_g פעמים. הסוכנים מקטגוריות השונות מ- i נבחרים מהשוק הנוסף (W_{rm}) .

בדוגמא 1, כדי לבנות תחרות חיצונית עבור הקונה 9, אנו לוקחים את המוכר מתוך W_{rm} בעל הערך הגבוה ביותר, שהוא המוכר 11-, ויוצרים שני העתקים שלו ומקבלים את ה-PS (9, -11, -11). ה-GFT שקיבלנו שלילי ולכן אינו יכול לשמש כתחרות חיצונית.

בדוגמא 2, כדי לבנות תחרות חיצונית עבור הקונה 14, אנו לוקחים שני העתקים של המתווך ושלושה העתקים של המוכר מתוך W_{rm} בעלי הערך הגבוה ביותר, שהם המתווך 7- והמוכר 7- ומקבלים את ה-PS (14, 14; -7, -7; -7, -7, -7). ה-GFT שקיבלנו שלילי ולכן אינו יכול לשמש כתחרות חיצונית.

בדוגמא 3, כדי לבנות תחרות חיצונית עבור הקונה 1, אנו לוקחים את המוכר מתוך W_{rm} בעל הערך הגבוה ביותר, שהוא המוכר 10-, ויוצרים שני העתקים שלו ומקבלים את ה-PS (1, 1, 1; -10, -10). ה-GFT שקיבלנו שלילי ולכן אינו יכול לשמש כתחרות חיצונית.

נמשיך לשלב 4א אם לא נמצאה תחרות חיצונית, ולשלב 4ב אם נמצאה תחרות חיצונית.

שלב 4א

לא נמצאה תחרות חיצונית עבור הסוכן i. אז נסיר אותו מהמסחר (ונוסיף אותו ל- W_{rm}) ונחזור לשלב 4 עם הסוכן הבא שב- S_1 . זה קורה לכל שלושת הדוגמאות שלנו.

בדוגמא 1, גם הקונה 9 מוסר מהמסחר ואנחנו מתקדמים למוכר 10- ובונים סט עם 2 העתקים שלו יחד עם הקונה הגבוה ביותר שלא משתתף במסחר ונקבל את ה-PS (9, -10, -10). ה-GFT שלו הוא שלילי, לכן המוכר 10- גם מוסר מהמסחר, באופן דומה נסיר גם את המוכר 8-, ואז נתקדם ל- S_2 ונסיר את הקונה 13 באותו האופן.

בדוגמא 2 גם הקונה 14 מוסר מהמסחר, ובאופן דומה נסיר גם את הקונה 15 ואת המתווכים 6- ו-5-.

בדוגמא 3 גם הקונה 1 מוסר מהמסחר, ובאופן דומה נסיר גם את הקונה 2.

שלב 4ב

נמצאה תחרות חיצונית עבור הסוכן i; נסמן זאת ב- I_{co} . נסמן את סוכן ה-i בתור הסוכן המרכזי ואת הקטגוריה שלו בתור הקטגוריה המרכזית ונסמן אותה ב- g_o .

בדוגמא 1, הסוכן הבא שנבדק הוא המוכר 5-. הקונה 13 משמש כתחרות חיצונית עבורו, שכן ה-GFT של (13, -5, -5) חיובי. מכאן שהקטגוריה המרכזית (g_o) היא של המוכרים.

בדוגמא 2, הסוכן הבא שנבדק הוא המוכר 6-. הקונה 15 והמתווך 5- וההעתקים שלהם משמשים עבורו תחרות חיצונית, שכן ה-GFT של (15, 15, -5, -5, -6, -6, -6) חיובי. מכאן שהקטגוריה המרכזית היא של המוכרים.

בדוגמא 3, הסוכן הבא שנבדק הוא הקונה 9. המוכר 10- משמש כתחרות חיצונית עבורו, שכן ה-GFT של (9, 9, 9; -10, -10) חיובי. מכאן שהקטגוריה המרכזית היא של הקונים.

כעת נחשב את מחירי המסחר (כמה כל סוכן משלם/מקבל):

- המחיר p_g של כל סוכן שאינו בקטגוריה המרכזית יהיה v_g שהוא המחיר של הסוכן היחיד שנמצא ב- $I_{co} \cap N_g$. נשים לב שגם אם $r_g > 1$, עדיין יש סוכן בודד ב- I_{co} , שאותו שכפלנו r_g פעמים.
 - בדוגמא 1 המחיר של הקונים הוא 13.
 - בדוגמא 2 המחיר של הקונים הוא 15 והמחיר של המתווכים הוא 5-.
 - בדוגמא 3 המחיר של המוכרים הוא 10-.
- המחיר p_o של כל סוכן שבקטגוריה המרכזית g_o מוגדר ל: $p_o := -(\sum_{g \neq g_o} r_g \cdot v_g) / r_o$
 - בדוגמא 1 המחיר של המוכרים הוא $-13/2 = -6.5$.
 - בדוגמא 2 המחיר של המוכרים הוא $-(15 * 2 + (-5) * 2) / 3 = -6.67$.
 - בדוגמא 3 המחיר של הקונים הוא $-((-10) * 2) / 3 = 6.67$.

המסחר מחושב בדיוק כמו באלגוריתם 1:

בדוגמה 1, נותרו שני קונים (17,14) וכולם סוחרים במחיר 13; נותרו חמישה מוכרים (5, -4, -3, -2, -1) וארבעה מהם, שנבחר באקראי, סוחרים במחיר של 6.5-.

בדוגמה 2, נותרו שני קונים (17,16) וכולם סוחרים במחיר 15; נותרו שני מתווכים (4, -3) וכולם סוחרים במחיר 5-; נותרו שישה מוכרים (6, -5, -4, -3, -2, -1) ושלושה מהם, שנבחר באקראי, סוחרים במחיר של 6.67-.

בדוגמה 3, נותרו ארבעה קונים (9, 16, 18, 20) ושלושה מהם, שנבחר באקראי, סוחרים במחיר 6.67; נותרו ארבעה מוכרים (8, -6, -4, -2) ושניים מהם, שנבחר באקראי, סוחרים במחיר 10-.

כהמחשה נוספת למנגנון, נניח שהוא פועל באותן דוגמאות כמו קודם, אך עם סדר קטגוריה שונה: מוכרים לפני קונים. נקבל שבדוגמה 1, הסוכנים ב- S_1 מסומנים לפי הסדר (9, -8, -10). מוכר 10- נחשב ראשון. הקונה שאינו במכרז בעל הערך הגבוה ביותר הוא 6, אך ה-GFT של ה-PS (6, -10, -10) הוא שלילי, ולכן המוכר 10- מוסר. באופן דומה, גם המוכר 8- מוסר וכך גם הקונה 9 והמוכרים 7 ו-5-. כעת, לקונה 13 יש תחרות חיצונית מול המוכר שהוסר קודם 5-, מכיוון שה-GFT של (5, -5, 13) חיובי. מחיר המוכר מוגדר ל-5- ומחיר הקונה מוגדר ל-10 (= 2 * -5). נותרו ארבעה מוכרים (4, -3, -2, -1) וכולם סוחרים במחיר 5-; נותרו שלושה קונים (13, 14, 17) ושניים מהם, שנבחר באקראי, סוחרים במחיר 10+. בדומה לדוגמה 1 נקבל גם בדוגמאות 2 ו-3 תוצאות שונות אם נפעל עם סדר קטגוריות שונה.

מחיר עולה

המנגנון הרציף האקראי עבור מתכון עם מספרים שלמים מוצג באלגוריתם 4.

אלגוריתם 4
קלט: מכרז N, קבוצה של קטגוריות G ומתכון $r \in Z_+^G$. 1. אתחול: עבור כל $g \in G$, נגדיר $p_g := -V$ ו-$M_g := N_g$. 2. נחשב את d_g של כל קטגוריה באופן הבא: $d_g := M_g /r_g$. נבחר קטגוריה g^* עם d_g הגדול ביותר; אם יש תיקו בגודל הקטגוריה אז נבחר לפי סדר קטגוריות שהוגדר מראש. 3. נשאל כל סוכן $i \in M_{g^*}$ בסדר קבוע מראש, האם $v_i > p_{g^*}$. a. אם סוכן $i \in M_{g^*}$ עונה "לא", נסיר אותו מ-M_{g^*} ונחזור לשלב 2. b. אם כל הסוכנים ב-M_{g^*} ענו "כן" אז נעלה את המחיר p_{g^*} ביחידה אחת (סנט בודד). c. אם לאחר העלאת המחיר נגיע לסכום $\sum_{g \in G} r_g \cdot p_g = 0$ אז נמשיך לשלב 4; אחרת נחזור לשלב 3. 4. נקבע את המסחר הסופי: נגדיר $d_{\min} := \min_{g \in G} [d_g]$. ולכל קטגוריה g עם ערך d_g גדול מ-$d_{\min}$ נבחר $M_g - d_{\min} \cdot r_g$ סוכנים באופן אקראי ונסיר אותם מ-M_g. כל סוכן שנותר ב-M_g משלם/מקבל במחיר p_g. כל שאר הסוכנים שלא במכרז – לא משלמים ולא מקבלים כלום.

כעת נסביר כל שלב, תוך שימוש בדוגמאות 1 ו-2.

קטעי קוד ההרצה של הדוגמאות הנ"ל עבור אלגוריתם זה נמצאים בפרוייקט בקבצים ascending_auction_demo_223.py ו-ascending_auction_demo_12.py.

שלב 1

שלב האיתחול זהה לשלב האיתחול שבאלגוריתם 2.

שלב 2

שלב זה מכליל את שלב 2 שבאלגוריתם 2. נבחר קטגוריה על פי היחס $d_g := |M_g|/r_g$ שעבורה נבצע את עליית המחיר. יחס זה (מעוגל כלפי מטה) הוא המספר המרבי של PS-ים שיכולים להיתמך על ידי סוכנים מקטגוריה זו, אם יש מספיק סוכנים בקטגוריות האחרות.

בדוגמה 1, $d_g = 5/1 = 5$ עבור הקונים ו- $9/2 = 4.5$ עבור המוכרים. בדוגמה 2, $d_g = 4$ עבור הקונים והמתווכים ו-2.667 עבור המוכרים. בשתי הדוגמאות g^* היא קטגוריית הקונים.

שלב 3

עליית המחירים ממשיכה כמו בשלב 3 שבאלגוריתם 2, אלא שהיא נעצרת כאשר הסכום **המשוקלל** של המחירים מגיע לאפס, כאשר המשקולות הן קבועי המתכון, דהיינו: $\sum_{g \in G} r_g \cdot p_g$. תנאי זה מבטיח איזון תקציבי בכל PS.

בדוגמה 1, כל הקונים עונים "כן" עד שהמחיר שבעל המכרז מעלה להם מגיע ל-6; אז קונה אחד מוסר ו- d_g יורד ל-4. ואז g^* עובר לקטגוריית המוכרים. האלגוריתם ממשיך לעבור בלולאה בין שלבים 2 ו-3 כפי שמוצג בטבלה 3. אותה טבלה גם מציגה את ביצוע האלגוריתם על דוגמה 2.

טבלה 3				
דוגמה 1 $r = (1,2)$				
d_g	g^*	עליית מחיר נעצר כאשר	מחירים חדשים	סכום מחירים משוקלל
5,4.5	1	קונה 6 יוצא	$6, -V$	$6 - 2V$
4,4.5	2	מוכר 11 יוצא	$6, -11$	-16
4,4	1	קונה 9 יוצא	$9, -11$	-13
3,4	2	מוכר 10 יוצא	$9, -10$	-11
3,3.5	2	מוכר 8 יוצא	$9, -8$	-7
3,3	1	קונה 13 יוצא	$13, -8$	-3
2,3	2	מוכר 7 יוצא	$13, -7$	-1
2,2.5	2	סכום מחירים מגיע ל-0	$13, -6.5$	0

דוגמה 2 $r = (2,2,3)$				
d_g	g^*	עליית מחיר נעצר כאשר	מחירים חדשים	סכום מחירים משוקלל
4,4,2.667	1	קונה 6 יוצא	$6, -V, -V$	$12 - 5V$
3.5,4,2.667	2	מתווך 10 יוצא	$6, -10, -V$	$-8 - 3V$
3.5,3.5,2.667	1	קונה 10 יוצא	$10, -10, -V$	$-3V$
3,3.5,2.667	2	מתווך 9 יוצא	$10, -9, -V$	$2 - 3V$
3,3,2.667	1	קונה 12 יוצא	$12, -9, -V$	$6 - 3V$
2.5,3,2.667	2	מתווך 8 יוצא	$12, -8, -V$	$8 - 3V$
2.5,2.5,2.667	3	מוכר 8 יוצא	$12, -8, -8$	-16
2.5,2.5,2.333	2	קונה 13 יוצא	$13, -8, -8$	-14
2,2.5,2.333	2	מתווך 7 יוצא	$13, -7, -8$	-12
2,2,2.333	3	מוכר 7 יוצא	$13, -7, -7$	-9
2,2,2	1	קונה 14 יוצא	$14, -7, -7$	-7
1.5,2,2	2	מתווך 6 יוצא	$14, -6, -7$	-5
1.5,1.5,2	3	מוכר 6 יוצא	$14, -6, -6$	-2
1.5,1.5,1.667	3	סכום מחירים מגיע ל-0	$14, -6, -5.333$	0

המסחר הסופי נקבע באופן אקראי באותו אופן כמו בשלב 5 של אלגוריתם 3. d_{min} הוא מספר העסקאות שיבוצעו.

בדוגמא 1, נותרו שני קונים (17,14) וחמישה מוכרים (-1,-2,-3,-4,-5), אז

$$d_{min} := \min_{g \in G} ([2/1], [5/2]) = 2$$

כל הקונים הנותרים משלמים 13. ארבעה מתוך חמישה מוכרים נבחרים באופן אקראי ומקבלים 6.5.

בדוגמא 2, נותרו 3 קונים, 3 מתווכים ו-5 מוכרים, כאן, $d_{min} := \min_{g \in G} ([3/2], [3/2], [5/3]) = 2$. כך שיש רק

עסקה אחת עם 2 מתוך 3 קונים, 2 מתוך 3 מתווכים ו-3 מתוך 5 מוכרים. נשים לב שבניגוד לשלב 4 שבאלגוריתם 2, כאן ייתכן שנצטרך להסיר סוכנים מכל הקטגוריות, מכיוון שמספר הסוכנים שנותרו בכל קטגוריה g אינו כפולה שלמה של r_g .

ניסויים

הערכנו את הביצועים של המנגנונים שלנו באמצעות ניסוי סימולציה דומה לזה שתואר על ידי [5]. עבור מספר ערכים של n בין 2 ל-1000 וכמה וקטורים של מתווכים, בנינו שוק (קבוצת סוכנים) עם $r_g * n$ סוכנים מכל קטגוריה g , כך שהמספר הפוטנציאלי של זיווגי-רכש הוא n . הערך של כל סוחר נבחר באופן אקראי. עבור כל n , ביצענו 10,000 הרצות ולקחנו את הממוצע של התוצאות.

ביצענו שמונה ניסויים, מחולקים לשתי קבוצות.

- הניסויים בקבוצה הראשונה התבססו על ערכים שנבחרו באופן אקראי מתוך התפלגות אחידה. הערך של כל סוחר נבחר באופן אקראי בהתפלגות שווה מתוך $[1, 100000]$. בקטגוריות המתאימות למוכרים, הערכים שנבחרו הוכפלו במינוס אחד.
- הניסויים בקבוצה השנייה התבססו על 33 שערי מניות שנלקחו מאתר הבורסה של יאהו. עבור כל מניה, אספנו את המחירים מכל יום מהנפקתה ועד ספטמבר 2020. בכל יום יש למניה 4 מחירים יומיים: פתיחה, סגירה, גבוה ונמוך. כל ערכי המחיר הוכפלו ב-1000, וכך נהפכו למספרים שלמים, ונמנעו טעויות חישוב שבר עשרוני. עבור כל מניה, אספנו את כל ערכי המחירים והשתמשנו בערכי המחירים הללו כערכים של סוכנים באופן אקראי. עבור קטגוריות מסוג המוכרים, הערכים הוכפלו במינוס אחד. היו יותר מ-1000 ערכים לכל קטגוריה. מכיוון שאלו היו ערכים של נתונים אמיתיים נובע מכך שהערכים הללו לא חולקו לסוכנים בהתפלגות אחידה, ולכל אחד מהניסויים הללו הייתה התפלגות שונה. לפיכך, ניסויים אלו התבססו על 33 התפלגויות שונות.

בכל קבוצה, היו ארבעה סטים של ניסויים:

- הסט הראשון ביצע השוואה בין המנגנונים שלנו למנגנון של מקאפי [5].
- הסט השני נבדק עם שווקים בעלי מתכון בינארי (וקטור של אֶחָדִים), ומספר משתנה של קטגוריות.
- הסט השלישי נבדק עם שווקים בעלי שתי קטגוריות ומתכון במבנה של $(1, s)$ שבו $s > 1$ מספר שלם.
- הסט הרביעי נבדק עם שווקים בעלי מספר שונה של קטגוריות ומתכון מגוון.

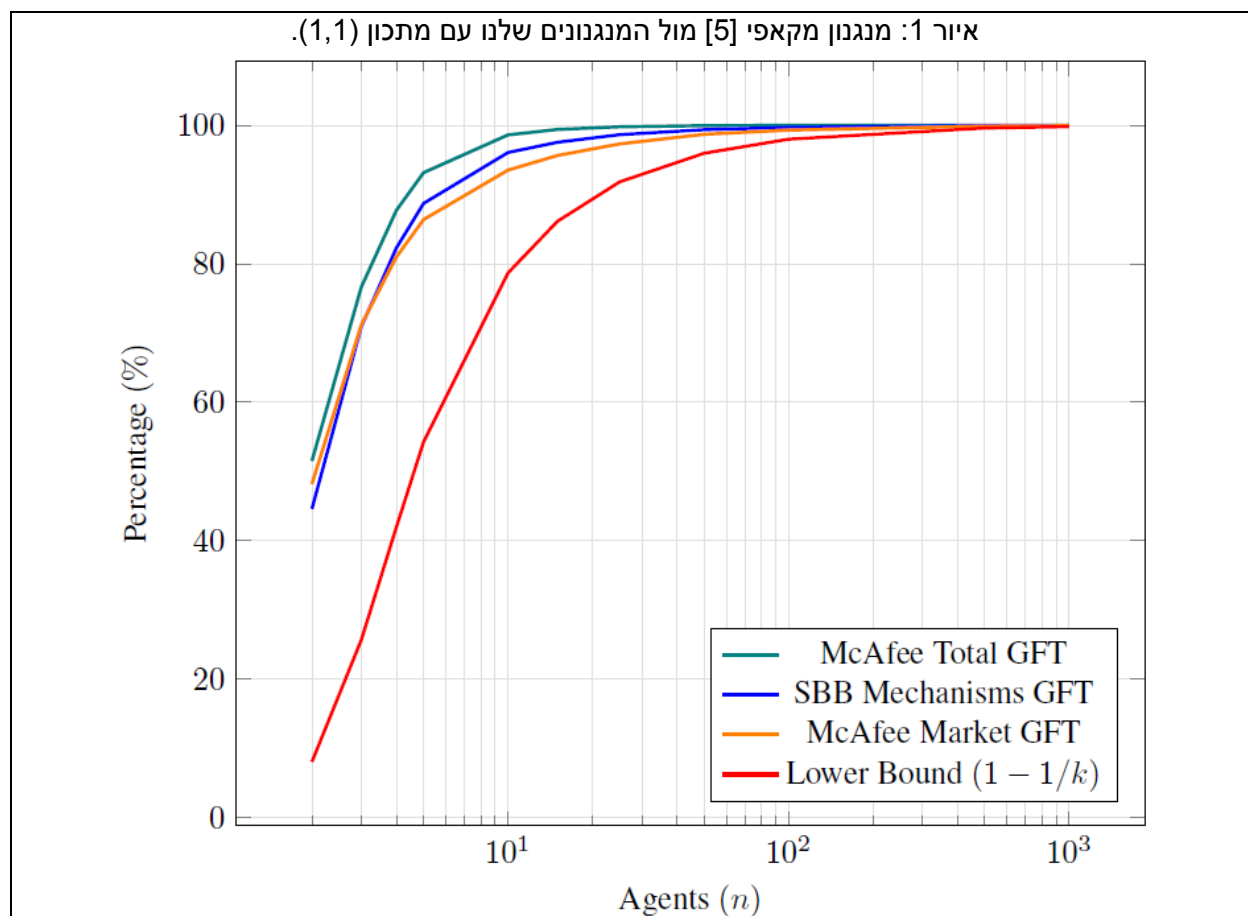
הניסוי הראשון

בסט הניסויים הראשון בכל אחד משתי הקבוצות, הרצנו את מנגנון תחרות חיצונית ומנגנון מחיר עולה עם המתכון $(1,1)$, $r = (1,1)$ להשוואה עם המנגנון של מקאפי [5]. בכל ריצה, חישבנו k (מספר העסקאות במסחר האופטימלי) ו- OPT (הרווח האופטימלי מהמסחר). מצאנו שהערך הממוצע של k היה בערך $n/2$. (בהתבסס על התוצאות האמפיריות שלנו, אנו מאמינים ש $k \approx n/2$ בכל פעם שהערך של כל סוחר נבחר באופן אקראי, כי הערך הממוצע של כל הסוכנים במכרז הוא 0.)

בכל אחד מהמנגנונים (מקאפי, תחרות חיצונית, ומחיר עולה) חישבנו k' (המספר האמיתי של העסקאות שבוצעו על ידי המנגנון) והרווח מהמסחר GFT. עבור המנגנון של מקאפי, חישבנו הן את הרווח הכולל מהמסחר (כולל גם

את הרווח של הסוחרים וגם את הרווח של מנהל המכרז), וגם את רווח השוק מהמסחר (כולל רק את הרווח של הסוחרים, ללא הרווח של מנהל המכרז). בשני המנגנונים שלנו, הרווח של מנהל המכרז הוא אפס ע"פ הגדרת המנגנון, כך ששני המדדים הללו זהים.

טבלה 4									
מחיר עולה		תחרות חיצונית		מקאפי			אופטימלי		n
GFT	k'	GFT	k'	סה"כ GFT	GFT של השוק	k'	$1 - \frac{1}{k}$	k	
44.62%	41.31%	44.62%	41.31%	51.532%	48.199%	46.74%	8.095%	0.98	2
70.932%	63.79%	70.932%	63.79%	76.646%	71.199%	66.96%	25.71%	1.49	3
82.284%	73.7%	82.284%	73.7%	87.719%	80.988%	75.84%	41.982%	1.99	4
88.716%	79.79%	88.716%	79.79%	93.155%	86.38%	80.91%	54.276%	2.51	5
96.063%	90.19%	96.063%	90.19%	98.608%	93.525%	90.36%	78.677%	4.99	10
97.54%	93.32%	97.54%	93.32%	99.395%	95.632%	93.54%	86.129%	7.48	15
98.642%	96%	98.642%	96%	99.779%	97.307%	96.01%	91.825%	12.5	25
99.36%	97.98%	99.36%	97.98%	99.947%	98.694%	98.01%	95.959%	25	50
99.693%	99%	99.693%	99%	99.985%	99.299%	98.98%	97.988%	49.96	100
99.94%	99.79%	99.94%	99.79%	99.999%	99.86%	99.78%	99.599%	249.89	500
99.97%	99.89%	99.97%	99.89%	99.999%	99.935%	99.88%	99.799%	499.74	1000



קוד ההרצה של ניסוי זה נמצא בפרוייקט בקבצים `experiment_comparing_mcafee_to_sbb.py`, `stock_experiment_comparing_mcafee_to_sbb.py`. התוצאות מוצגות בטבלה 4 ובאיור 1. להלן כמה דגשים. (תוצאות נוספות של הניסויים זמינות באתר <https://github.com/dvirg/auctions/tree/master/images>)

- המספר האמיתי של מספר העסקאות (k') שהמנגנון מביא, קרוב מאוד ל- $k - 0.5$ עבור כל שלושת המנגנונים לעיל. נשים לב שהגבול התחתון התיאורטי הוא $k-1$, כלומר, המנגנון עשוי להפסיד לכל היותר עסקה אופטימלית אחת, אך בממוצע הוא מאבד בערך חצי עסקה מסך העסקאות האופטימליות. זה תואם לתוצאות שהתקבלו על ידי [5], שהמנגנון שלו משיג את ה-GFT האופטימלי בכ-50% מהמקרים.
- בהתאם לכך, יחס ה-GFT בפועל גבוה בהרבה מהגבול התחתון [3] התיאורטי $1/k - 1$. לדוגמה, כאשר $n=10$ (k -ערך 5), הגבול התחתון התיאורטי הוא קרוב ל-80%, אבל כל המנגנונים משיגים רווח ממסחר של יותר מ-90% מה-GFT האופטימלי. וכבר עם $k \geq 250$ זה עובר את 99.9%.
- למנגנוני התחרות החיצונית והמחיר העולה יש את אותן תוצאות GFT ו- k' בדיוק. זה לא מפתיע, מכיוון שהם יישומים שונים במהותם של אותו כלל. בניסויים שהרצנו, בכל המתכונים הבודדים האפשריים, גילינו את הדברים הבאים: בכל המקרים ה- k' נשאר שווה בשני המנגנונים. כאשר הקטגוריה הראשונה (למשל הקונים) שווה לאחד (כלומר יש רק קונה אחד בכל עסקה, $r_1 = 1$), אנו מקבלים את אותן תוצאות GFT בדיוק עבור כל פרמוטציה אפשרית של מתכון ושוק. ערכים שונים של GFT מתחילים להופיע כאשר ערך הקטגוריה הראשונה הוא גדול מ-1. זה מתואר בפירוט בניסוי הרביעי.
- הסכום הכולל של GFT (יחד עם הרווח של בעל המכרז מהעודפים) של מנגנון McAfee גבוה יותר מה-GFT של המנגנונים שלנו. עם זאת, הרווח של רק הסוחרים במנגנון של McAfee נמוך יותר, עבור כל $n \geq 5$, מה-GFT של המנגנונים שלנו. זה מצביע על כך שלכל המכרזים הטריויאליים ביותר, מכרז המאוזן מאוד תקציבית (Budget Balanced) הוא הטוב יותר עבור הסוחרים, הנהנים מכל הכסף הנסחר, מאשר להניב חלק מהעודפים למנהל המכרז.

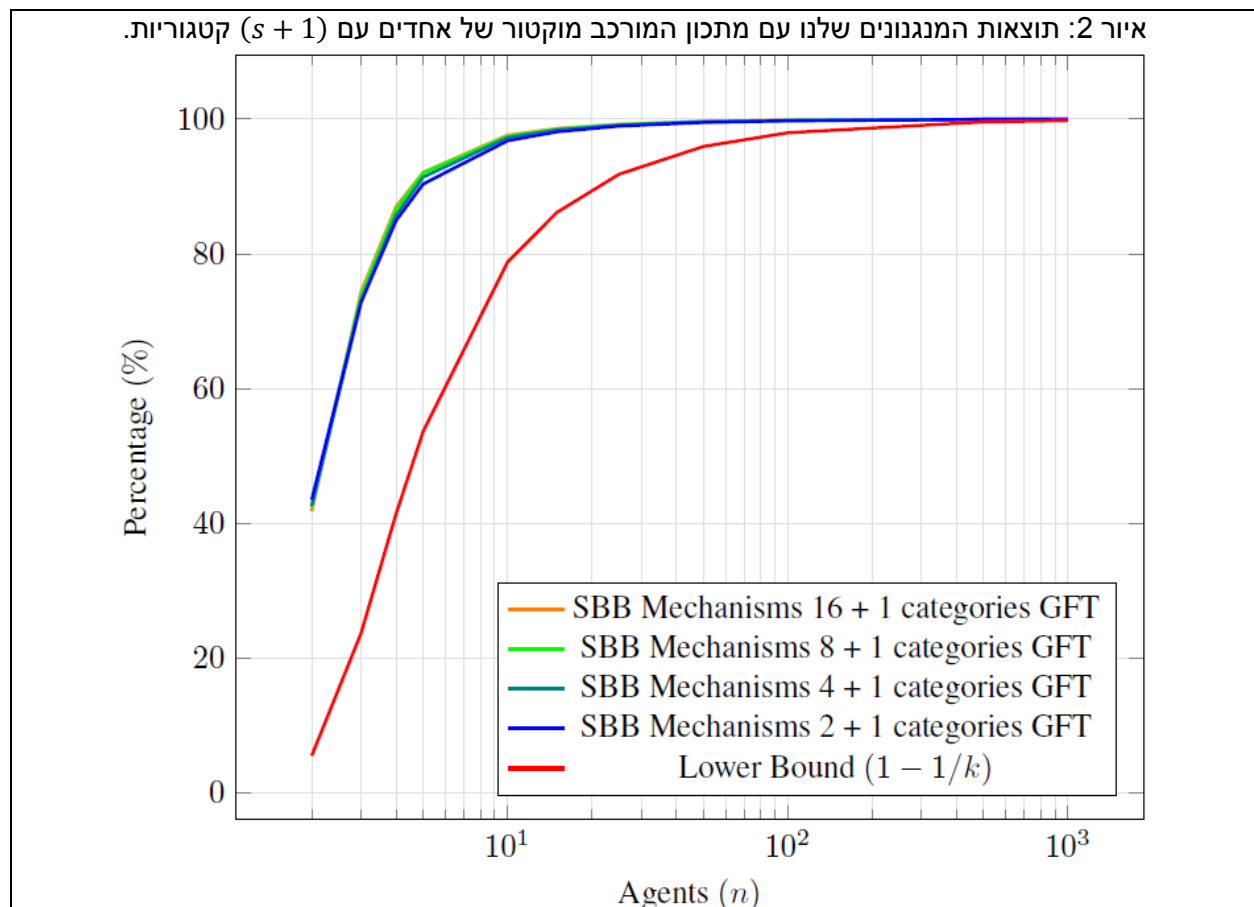
הניסוי השני

בסט הניסויים השני בדקנו שווקים עם מתכון שהוא וקטור של אֶחָדִים, ומספר משתנה של קטגוריות.

קוד ההרצה של ניסוי זה נמצא בפרוייקט בקבצים `experiment_sbb_with_vectors_of_ones.py`, `stock_experiment_sbb_stock_vectors_ones.py`.

בדקנו שווקים עם קטגוריה (ראשונה) אחת של "קונים" (סוכנים עם ערך חיובי) ו- s קטגוריות של "מוכרים" (סוכנים עם ערך שלילי), כאשר $s \in \{2,4,8,16\}$. ערכי הסוכנים נבחרו כמו בקבוצת הניסויים הראשונה, אלא שהערך של כל קונה הוכפל ב- s , כך שהערך הממוצע בכל השוק נשאר 0. כמו בקבוצת הניסויים הקודמות, הערך הממוצע של k היה בערך $n/2$.

טבלה 5 (עמודות 3 עד הסוף הן באחוזים %)																		
16+1 קטגוריות				8+1 קטגוריות				4+1 קטגוריות				2+1 קטגוריות						
מחיר עולה		תחרות חיצונית		מחיר עולה		תחרות חיצונית		מחיר עולה		תחרות חיצונית		מחיר עולה		תחרות חיצונית		אופטימל'		
GFT	k'	GFT	k'	GFT	k'	GFT	k'	GFT	k'	GFT	k'	GFT	k'	GFT	k'	$1 - \frac{1}{k}$	k	n
41.813	39.62	41.813	39.62	42.349	39.93	42.349	39.93	42.601	39.93	42.601	39.93	43.501	40.83	43.501	40.83	5.515	0.94	2
74.337	65.33	74.337	65.33	73.881	64.96	73.881	64.96	72.948	64.5	72.948	64.5	72.834	64.8	72.834	64.8	23.7	1.44	3
86.999	74.91	86.999	74.91	86.603	74.89	86.603	74.89	85.714	74.55	85.714	74.55	84.953	74.69	84.953	74.69	41.419	1.94	4
92.112	80.2	92.112	80.2	92.024	80.26	92.024	80.26	91.408	80.35	91.408	80.35	90.382	80.13	90.382	80.13	53.665	2.43	5
97.617	90.04	97.617	90.04	97.448	90.06	97.448	90.06	97.252	90.07	97.252	90.07	96.798	90.09	96.798	90.09	78.789	4.95	10
98.61	93.43	98.61	93.43	98.523	93.35	98.523	93.35	98.389	93.37	98.389	93.37	98.127	93.39	98.127	93.39	86.166	7.44	15
99.237	96.05	99.237	96.05	99.209	96.09	99.209	96.09	99.105	96.02	99.105	96.02	98.975	96.05	98.975	96.05	91.832	12.45	25
99.664	98.04	99.664	98.04	99.639	98	99.639	98	99.601	98.03	99.601	98.03	99.523	98.02	99.523	98.02	95.95	24.89	50
99.832	99	99.832	99	99.83	99.01	99.83	99.01	99.801	98.98	99.801	98.98	99.769	99	99.769	99	97.987	49.88	100
99.968	99.8	99.968	99.8	99.966	99.8	99.966	99.8	99.963	99.8	99.963	99.8	99.954	99.79	99.954	99.79	99.599	249.81	500
99.984	99.89	99.984	99.89	99.983	99.89	99.983	99.89	99.981	99.89	99.981	99.89	99.978	99.89	99.978	99.89	99.799	499.75	1000



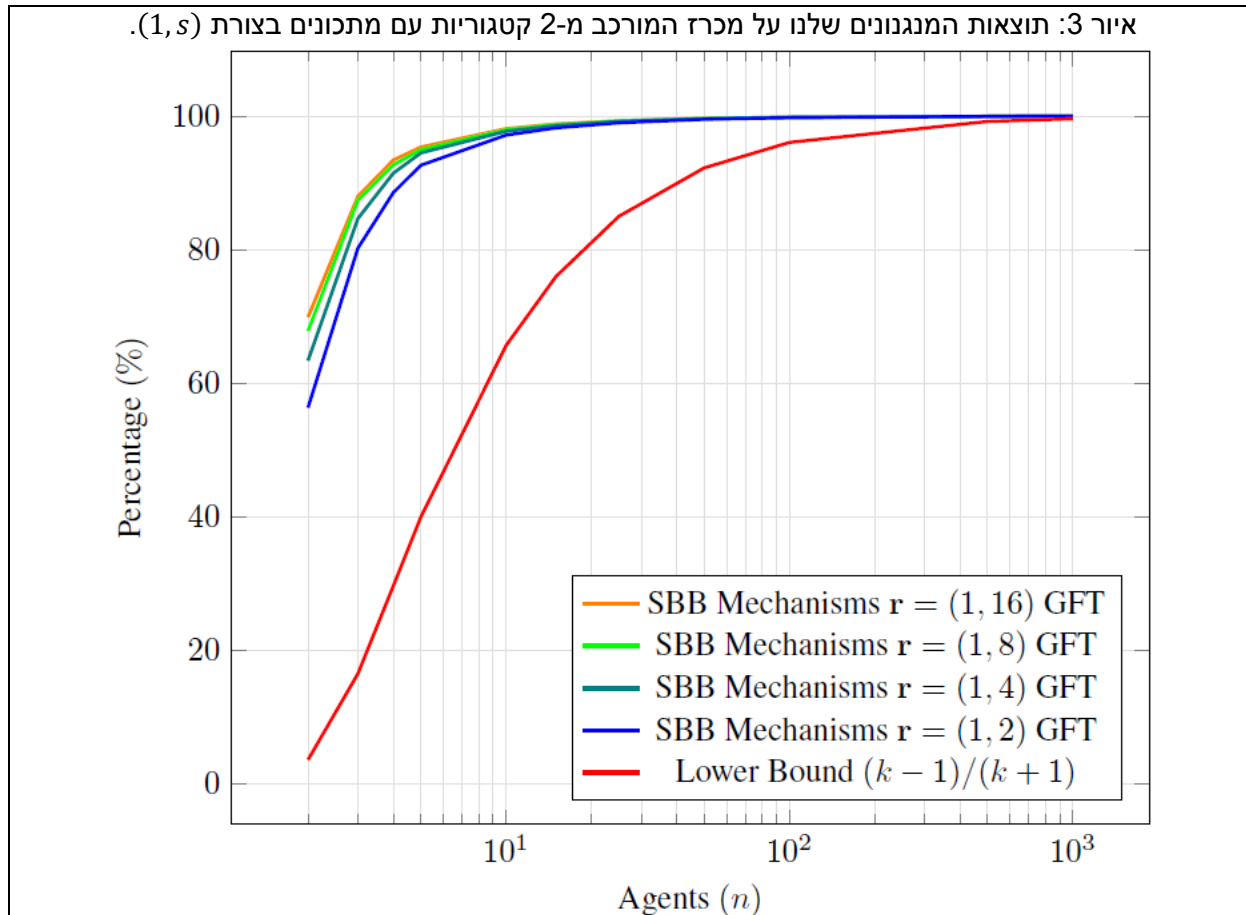
התוצאות מוצגות בטבלה 5 ובאיור 2. גם k' וגם ה-GFT גדלים ככל שמספר הסוכנים בכל PS גדל. עלייה זו הופכת לזניחה כאשר n גדל. ובכל זאת, משמח לראות שהביצועים לא נהיים גרועים יותר כאשר ה-PS גדל.

הניסוי השלישי

בסט הניסויים השלישי בכל קבוצה משתי הקבוצות בדקנו שווקים עם שתי קטגוריות, כאשר המתכון הוא $(1, s)$, עבור $s \in \{2, 4, 8, 16\}$. ערכי הסוכנים נבחרו כמו בקבוצות הניסויים הקודמות, אלא שהערך של כל קונה הוכפל ב- s , כך שהערך הממוצע בכל השוק נשאר 0. כמו בקבוצות הניסויים הקודמות, הערך הממוצע של k היה בערך $n/2$.

קוד ההרצה של ניסוי זה נמצא בפרוייקט בקבצים `stock_experiment_sbb_stock_vectors_multi.py`, `experiment_sbb_with_two_categories.py`.

טבלה 6 (עמודות 3 עד הטוף הן באחוזים %)															
מתכון (1,16)				מתכון (1,8)				מתכון (1,4)				מתכון (1,2)			
מחר עולה		תחרות חיצונית		מחר עולה		תחרות חיצונית		מחר עולה		תחרות חיצונית		מחר עולה		תחרות חיצונית	
GFT	k'	GFT	k'	GFT	k'	GFT	k'	GFT	k'	GFT	k'	GFT	k'	GFT	k'
69.893	70.49	69.893	70.49	67.817	68.2	67.817	68.2	63.383	63.23	63.383	63.23	56.337	54.98	56.337	54.98
87.988	83.53	87.988	83.53	87.39	82.99	87.39	82.99	84.656	80.19	84.656	80.19	80.227	74.76	80.227	74.76
93.403	88.03	93.403	88.03	92.683	87.21	92.683	87.21	91.445	85.2	91.445	85.2	88.538	81.55	88.538	81.55
95.352	90.33	95.352	90.33	94.967	89.66	94.967	89.66	94.479	88.58	94.479	88.58	92.634	85.66	92.634	85.66
98.12	95.03	98.12	95.03	97.946	94.6	97.946	94.6	97.716	94.05	97.716	94.05	97.155	92.65	97.155	92.65
98.829	96.67	98.829	96.67	98.72	96.38	98.72	96.38	98.547	95.95	98.547	95.95	98.233	95.06	98.233	95.06
99.299	97.93	99.299	97.93	99.254	97.72	99.254	97.72	99.208	97.62	99.208	97.62	98.991	96.99	98.991	96.99
99.669	98.97	99.669	98.97	99.652	98.93	99.652	98.93	99.604	98.78	99.604	98.78	99.526	98.5	99.526	98.5
99.839	99.5	99.839	99.5	99.829	99.47	99.829	99.47	99.811	99.41	99.811	99.41	99.769	99.27	99.769	99.27
99.968	99.91	99.968	99.91	99.966	99.91	99.966	99.91	99.963	99.89	99.963	99.89	99.956	99.86	99.956	99.86



התוצאות מוצגות בטבלה 6 ובאיור 3. כמו בניסויים הקודמים, גם k' וגם GFT גדלים עם מספר הסוכנים בכל PS, אך ההשפעה הופכת זניחה כאשר n גדל. אנו מסיקים שבכל התרחישים שבדקנו, המכרזים שלנו מניבים ביצועים טובים משמעותית מהגבול התחתון שמתקבל במקרה הגרוע ביותר.

הניסוי הרביעי

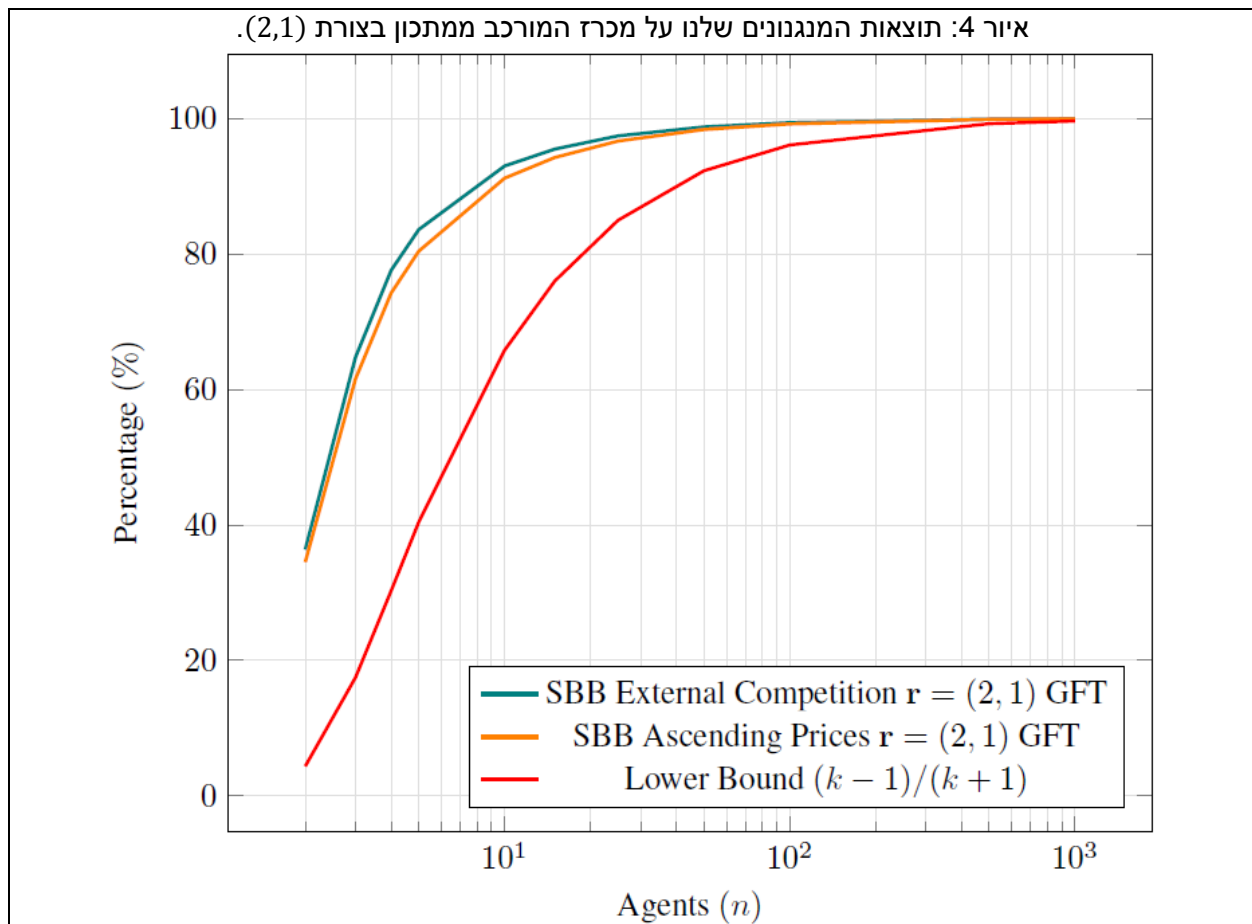
בסט הניסויים הרביעי בכל קבוצה משתי הקבוצות בדקנו שווקים עם קטגוריות שונות, שבהן המתכון כללי יותר. הערך של כל קונה הוכפל במספר המוכרים בעסקה, חלקי מספר הקונים בעסקה, כך שהערך הממוצע בשוק כולו נשאר 0. כמו בקבוצות הניסויים הקודמות, הערך הממוצע של k היה בערך $n/2$.

ביצענו ניסוי זה כי שמנו לב שבכל המתכונים עם קונה אחד בכל PS בניסויים הקודמים, קיבלנו בדיוק את אותן תוצאות הן ב- k' והן ב-GFT. רצינו לבדוק אם זה קורה גם עבור מתכונים עם מספר קונים בכל PS.

קוד ההרצה של ניסוי זה נמצא בפרוייקט בקבצים `stock_experiment_sbb_stock_vectors_multi.py`, `experiment_sbb_stock_vectors_multi.py`.

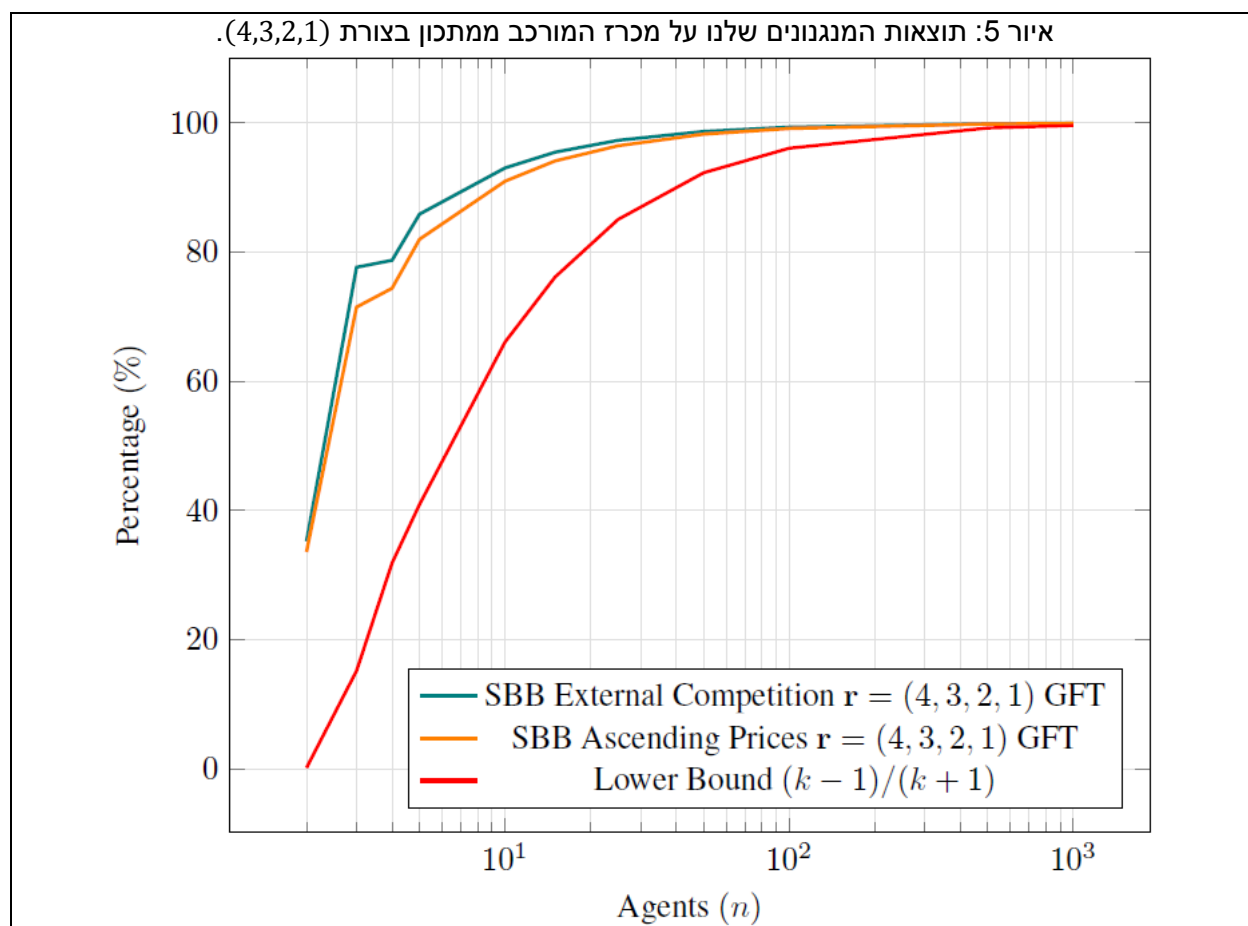
טבלה 7						
מתכון (2,1)						
מחיר עולה		תחרות חיצונית		אופטימלי		
GFT	k'	GFT	k'	$1 - \frac{1}{k}$	k	n

34.525%	33.54%	36.38%	33.54%	4.39%	1.02	2
61.545%	57.35%	64.743%	57.35%	17.488%	1.51	3
74.211%	68.82%	77.566%	68.82%	30.275%	2.01	4
80.392%	74.98%	83.579%	74.98%	40.421%	2.51	5
91.165%	87.52%	92.96%	87.52%	65.785%	5.01	10
94.216%	91.59%	95.458%	91.59%	75.998%	7.51	15
96.641%	95.06%	97.406%	95.06%	84.956%	12.48	25
98.342%	97.53%	98.726%	97.53%	92.26%	25.02	50
99.163%	98.74%	99.362%	98.74%	96.063%	49.99	100
99.836%	99.75%	99.877%	99.75%	99.202%	250.06	500
99.917%	99.88%	99.938%	99.88%	99.6%	499.98	1000



טבלה 8						
מתכון (4,3,2,1)						
מחיר עולה		תחרות חיצונית		אופטימלי		
GFT	k'	GFT	k'	$1 - \frac{1}{k}$	k	n

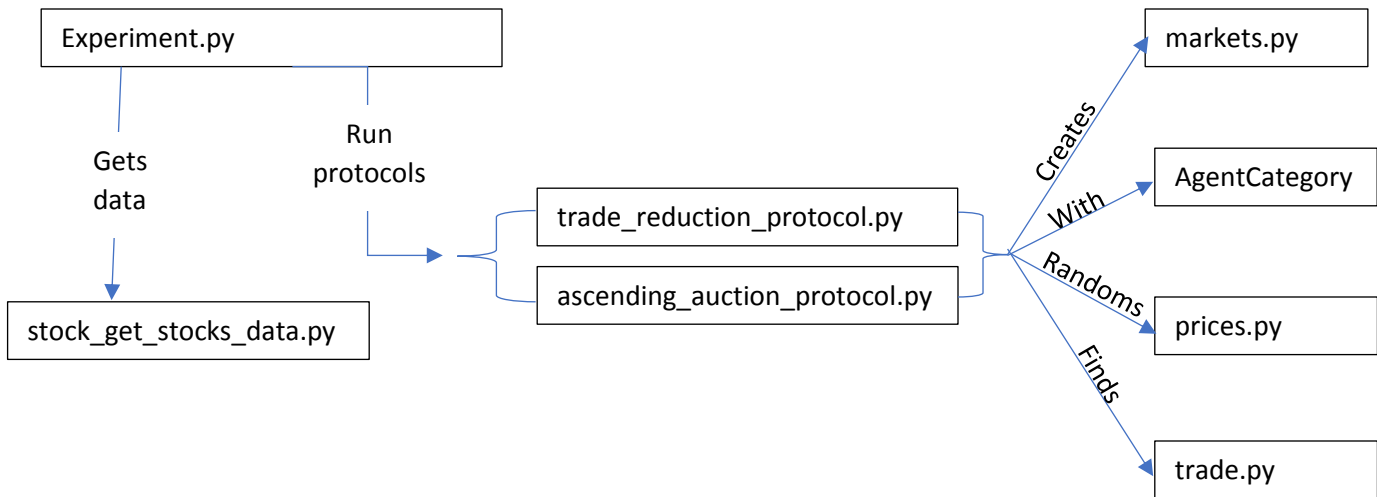
33.576%	35.7%	35.215%	35.7%	0.133%	0.99	2
71.472%	69.79%	77.638%	69.79%	15.151%	1.45	3
74.379%	70.28%	78.711%	70.28%	31.831%	1.97	4
81.974%	79.02%	85.866%	79.02%	40.929%	2.45	5
90.962%	88.77%	93.014%	88.77%	66.07%	4.95	10
94.099%	92.57%	95.455%	92.57%	76.129%	7.43	15
96.448%	95.48%	97.293%	95.48%	85.046%	12.43	25
98.239%	97.75%	98.662%	97.75%	92.268%	24.92	50
99.115%	98.87%	99.338%	98.87%	96.066%	49.89	100
99.82%	99.76%	99.868%	99.76%	99.202%	249.78	500
99.911%	99.88%	99.935%	99.88%	99.6%	499.86	1000



התוצאות מוצגות בטבלאות 7 ו-8 ובאיורים 4 ו-5. אנו מסיקים שבכל התרחישים שבדקנו, המכרזים שלנו מניבים ביצועים טובים משמעותית מהגבול התחתון שמתקבל במקרה הגרוע ביותר.

בכל השווקים אנו מקבלים את אותן תוצאות עבור k' ותוצאות שונות ב-GFT עבור כל אחד משני המנגנונים שלנו. אנו מקבלים הבדל גדול בין שני המנגנונים. נראה שמנגנון התחרות החיצונית מנצח ברוב המקרים את מנגנון המחירים העולים.

שרטוט הפרויקט



מרכיבי הפרויקט

את הקוד ניתן למצוא כאן: <https://github.com/dvirg/auctions>
להלן רשימת קבצי פייתון עיקריים והמתודות שלהם:

- trade_reduction_protocol.py
 - budget_balanced_trade_reduction
 - ascending_auction_protocol.py
 - budget_balanced_ascending_auction
 - experiment.py
 - experiment
 - agents.py (class AgentCategory)
 - Size
 - append
 - highest_agent_value
 - highest_agent_values
 - lowest_agent_value
 - remove_highest_agent
- המימוש של האלגוריתם תחרות חיצונית.
- המימוש של האלגוריתם מחיר עולה.
- המחלקה המריצה את הניסוי עצמו, בהינתן מבנה מתכון, מגרילים מחירי סוכנים, מריצים את האלגוריתם במספר איטרציות, ולבסוף תוצאות הניסוי נרשמים לקובץ.
- מייצג קטגוריה של סוכנים.
- גודל הקטגוריה, דהיינו מספר הסוכנים שיש כעת בקטגוריה.
- הוספת סוכן לקטגוריה.
- מחזיר את ערך הסוכן הגבוה ביותר.
- בהינתן מספר n, מחזיר רשימת n ערכי הסוכנים הגבוהים ביותר.
- מחזיר את ערך הסוכן הנמוך ביותר.

- remove_highest_agents מסיר מהקטגוריה את הסוכן הגבוה ביותר.
- remove_lowest_agent מסיר x סוכנים הגבוהים ביותר מהקטגוריה.
- clone מסיר מהקטגוריה את הסוכן הנמוך ביותר.
- uniformly_random משכפל את הקטגוריה.
- normalvariate_random מתודה סטטית המחזירה רשימת ערכים מוגרלים באופן אקראי בהתפלגות שווה.
- normalvariate_random מתודה סטטית שבהינתן מיו וסיגמה, ומחזירה רשימת ערכים מוגרלים באופן אקראי בהתפלגות לא שווה בעזרת .normalvariate
- gammavariate_random מתודה סטטית שבהינתן אלפא ובתא, ומחזירה רשימת ערכים מוגרלים באופן אקראי בהתפלגות לא שווה בעזרת .gammavariate
- paretovariate_random מתודה סטטית שבהינתן אלפא ובתא, ומחזירה רשימת ערכים מוגרלים באופן אקראי בהתפלגות לא שווה בעזרת .paretovariate
- markets.py (class Market)
 - append_trader מייצג מכרז המכיל מתכון ורשימת סוכנים לכל קטגוריה.
 - append_PS הוספת סוכן לקטגוריה ספציפית.
 - has_empty_category הוספת סט סוכנים למכרז.
 - get_highest_agents בודק האם יש קטגוריה ריקה מסוכנים.
 - remove_highest_agents מחזיר סט סוכנים המייצג עסקה עם הרווח המקסימלי.
 - empty_agent_categories מסיר מהמכרז את סט הסוכנים מהעסקה עם הרווח המקסימלי.
 - optimal_trade מאתחל קטגוריות ריקות מסוכנים.
 - best_containing_PS מחזיר רשימת עסקאות אופטימליות עבור המכרז.
 - בהינתן סוכן – למצוא את העסקה הטובה ביותר עם אותו סוכן.
- prices.py
 - dot מכפלה סקלרית בין שני מערכי מספרים, פונקציית עזר ל price_sum.
 - class PriceStatus
 - סטטוס המציין לאיזה מצב הגענו בעליית מחיר, במחלקה זו יש 2 ערכים אפשריים:
 - STOPPED_AT_AGENT_VALUE המציין שהאלגוריתם עצר בעת שסוכן יצא מהמכרז.
 - STOPPED_AT_ZERO_SUM המציין שהאלגוריתם עצר בעת שהגענו לסכום מחירים אפס.
 - class AscendingPriceVector מחלקה המייצגת וקטור מחירים של אלגוריתם עליית מחיר.

- price_sum
חישוב סכום מחירים כפי שמוגדר במאמר, סכום כולל של מחירים כפול מספר סוכנים בקטגוריה.
 - price_sum_without_category
חישוב סכום מחירים ללא קטגוריה מסוימת.
 - price_sum_after_increase
חישוב סכום מחירים אחרי העלאת מחיר בקטגוריה מסוימת.
 - increase_price_up_to_balance
הרצת העלאת מחירים עד שאחד המצבים של PriceStatus מתקיים.
 - class SimultaneousAscendingPriceVectors
ייצוג וקטור מחירים המאפשר להעלות מחיר בקטגוריות נבחרות.
 - price_sum
חישוב סכום מחירים כפי שמוגדר במאמר.
 - map_category_index_to_price
מחזיר את הוקטור עצמו.
- trade.py
 - class Trade
מחלקה אבסטרקטית המייצגת סט עסקאות במכרז. הנועד לשימוש בתור פלט מחישוב אלגוריתם לפתרון מסחר.
 - num_of_deals
מספר עסקאות בסט.
 - gain_from_trade
הרווח הכולל מכל העסקאות.
 - class TradeWithMaterialBalance
נועד לשימוש עבור מציאת העסקאות האופטימלי.
 - num_of_deals
מספר העסקאות האפשריות שיש במכרז.
 - gain_from_trade
סכום הרווח מהעסקאות האפשריות.
 - class TradeWithSinglePrice
בהינתן מכרז, מתכון ומחירים סופיים, מחשב אלו סוכנים משתתפים בעסקאות הסופיות.
 - num_of_deals
מספר עסקאות שנותרו במכרז.
 - gain_from_trade
חישוב הרווח ממכרז, עם פרמטר נוסף האם לוקחים בחשבון גם את הרווח/הפסד של מנהל המכרז.
 - stock_get_stocks_data.py
הניסוי שלנו בוצע בשתי צורות, צורה ראשונה היא ע"י הגרלת מחירים בהתפלגות שווה. צורה שניה היא ע"י איסוף מאגר גדול של מחירי מניות על פני מספר רב של ימים וחלוקת המחירים הללו לסוכנים.
 - getPrices
בהינתן שם מניה ומתכון, מתודה זו מחלקת את המחירים בצורה רנדומלית לקבוצות כך שנוכל לחלקם לסוכנים.
 - getStocksPrices
הרצת getPrices עבור כל מניה שבמאגר.

רשימת מקורות

[1] Leon Yang Chu, Zuo-Jun Max Shen. 2006. Agent Competition Double-Auction Mechanism. Management Science.

[2] Peter Cramton, Yoav Shoham, Richard Steinberg. 2006. Combinatorial Auctions. MIT Press.

- [3] Dvir Gilor, Rica Gonen, Erel Segal-Halevi. 2021. Strongly Budget Balanced Auctions for Multi-Sided Markets. Artificial Intelligence.
- [4] Mira Gonen, Rica Gonen, Elan Palvlov. 2007. Generalized Trade Reduction Mechanisms. EC.
- [5] Preston R McAfee. 1991. A Dominant Strategy Double Auction. Academic Press, Inc.
- [6] Roger B Myerson, Mark A Satterthwaite. 1983. Efficient mechanisms for bilateral trading.
- [7] Noam Nisan, Tim Roughgarden, Eva Tardos, Vijay V. Vazirani. 2007. Algorithmic Game Theory. Cambridge University Press.
- [8] OECD. 2020. Competition in digital advertising markets.
<https://www.oecd.org/daf/competition/competition-in-digital-advertising-markets-2020.pdf>.
- [9] Erel Segal-Halevi, Avinatan Hassidim, Yonatan Aumann. 2016. SBBA: a Strongly-Budget-Balanced Double-Auction Mechanism. SAGT.