האוניברסיטה הפתוחה

עבודה סמינריונית בקורס: העדפה ובחירה חברתית

נושא: פיתוח ומימוש פונקציות הפוכות המבוססות כלל "הרוב הפשוט".

שם המנחה: ד"ר רות בן ישר

מועד הגשה: 16.4.2019

תוכן עניינים

תוכן עניינים.....2
1. הקדמה.....3
3. הצגת בעיה.....4
4. הצגת פתרון לבעיה בעזרת כללי "רוב הפשוט" ו"מומחה".....5
5. צורך במציאת פונקציה הפוכה.....9
6. הצגת אלגוריתמים.....10
7. הצגה גרפית.....16
8. מסקנות.....19
9. סיכום.....23
10. רשימה ביבליאוגרפית.....24
נספח א'.....25

1. הקדמה

חברה הכוללת יותר מפרט אחד זקוקה באופן טבעי לכלל מעבר מן העדפות או הבחירות של הפרטים אל העדפה או בחירה החברתית. כלל כזה נקרא כלל אגרגציה. הכלל מצרף את העדפות הפרטיות והופך אותן להעדפה חברתית או שהוא מצרף את בחירות הפרטים והופך אותן לבחירה חברתית כך לפי Nitzan (2008).

עם השנים פותחו מספר כללים מתוך רצון למצוא את כלל אגרציה האופטימאלי. חלק מהכללים הם: כלל "בורדה", כלל "הרובניות", כלל "הרוב הפשוט", כלל "המומחה" וכו'.

סמינר זה יתמקד בכלל "הרוב הפשוט" עבור קבוצת פרטים בעלי כישורי החלטה שונים מתוך רצון למצוא פונקציה הפוכה להסתברות של פרטים לקבלת החלטה נכונה. בסמינר נציג אלגוריתמים שונים אשר יעזרו בהשגת המטרה – מציאת פונקציה הפוכה וגם את המסקנות המתקבלות מהרצת אלגורתמים אלו.

2. הצגת בעיה

נניח שקיימת קבוצה בת n פרטים (n אי זוגי וגדול מ-1) שצריכה לבחור ב-1 מ-2 אפשרויות y2 ו-y1 ({X = {y1,y2).

Nitzan & Paroush (1982) טוענים שמאחר והעדפות הפרטים זהות, אחת משתי אפשרויות טובה יותר מבחינתם, וכן מניחים שזהותה של אותה אפשרות, "האפשרות הנכונה" או "האפשרות הטובה ביותר" איננה ידועה. לעיתים קרובות הבחירה של אפשרות בהווה משפיעה על תוצאות עתידיות וקיימת אי-ודאות ביחס לתשובה על השאלה איזה מבין 2 אפשרויות תביא לתוצאה טובה יותר מבחינת כל הפרטים.

בחיים אנשים יכולים להתקל בבעיות מסוגים אלו על בסיס יומי. להלן מספר דוגמאות:

חברה מסויימת מחולקת ל-3 מחלקות שונות: יצור, שיווק, כוח אדם. על חברי דירקטאריון לבחור 3 מנהלי מחלקות. ההנחה היא שלא קיימת בעיית ניגוד אינטרסים בין חברי דירקטאריון כמו כן קיים הסכם מלא לגבי מטרות ויעדים של החברה – הגדלת רווחים. יתכן וקיים שוני ביכולות של אותם חברי דירקטאריון לבחור באפשרות האופטימאלית להשגת מטרה רצויה. נשאלת השאילה איזו אסטרטגיה לבחור: להשאיר את בחירת מנהלי מחלקה למנהל החברה (כלל "המומחה") או לבחור מנהל מחלקה ע"י הצבעה אשר תתבסס על כלל "הרוב הפשוט".

דוגמא נוספת אותה נציג כאן היא סיטואציה בה בן אדם אשר רוצה להחליט האם להסכים לביצוע ניתוח מסובך נתקל בדילמה: מה אסטרטגיה הנכונה עבורו לקביעת כדאיות הניתוח – לקבל את ההמלצה של רופא הבכיר והמנוסה ביותר או לפנות לקבוצת רופאים מומחים (בהם קיים גם הרופא הבכיר והמנוסה) ולאחר מכן להפעיל כלל "הרוב הפשוט" או כלל אחר אשר יתבסס על המלצות הרופאים ויעזור לקבל החלטה סופית.

3. הצגת מודל לפתרון הבעיה בעזרת כללי "רוב הפשוט" ו"מומחה"

אנו משתמשים בפרופילים דיכוטומיים, צורות בחירה בהן על כל משתתף לבחור באחת מ-2 אפשרויות סימטריות. אנו מניחים שקיימת רק אלטרנטיבה אחת שהיא נכונה והבחירה בה היא רצון המשותף של כלל חברי הקבוצה. ההנחה היא שיכולות של כל אחד מהמשתתפים מסתכמות ביכולת של אותו משתתף לעשות בחירה נכונה. מטרה העליונה היא מציאת כלל בחירה אופטימאלי אשר ימקסם את התועלת של משתתפים כך לפי Paroush (1998).

לצורך הצגת המודל כעת נניח שקבוצה מונה 3 פרטים.

לשלושת הפרטים יש יכולת זהה לזהות ולבחור באפשרות הטובה יותר. יכולת זו מיוצגת על-ידי גודל הסתברות הבחירה p באפשרות הנכונה. מכאן ואילך נניח כי p>1/2 וכי יכולות של שלושת הפרטים הן בלתי תלויות. במקרה זה כישורי החלטה של הפרטים מיוצגים ע"י שלושת הסתברויות p=(p,p,p). בהנחה שלא קיימת אפשרות הימנעות מבחירה (הצבעה), 1-p היא הסתברות שפרט בוחר באפשרות הלא נכונה. כאשר כישורי החלטה זהים, לא קיים מומחה יחיד; כל אחד משלושת הפרטים יכול להיחשב כמומחה.

מצד אחד אם החלטה קבוצתית מופקדת בידי מומחה יחיד, כלומר כלל החלטה של קבוצת פרטים הוא כלל f^e, כלל "המומחה" שעל פיו ההחלטה הקבוצתית זהה להחלטת המומחה,אזי ההסתברות להחלטה נכונה $\pi\ (f^e, p)$ שקבוצת הפרטים מקבלת את ההחלטה הנכונה, שווה להסתברות שהמומחה בוחר באפשרות הנכונה $\pi(f^e, p) = p$. מצד שני, אם ההחלטה הקבוצתית מתקבלת בצורה דמוקרטית על ידי שימוש בכלל הרוב הפשוט f^m דהיינו אם ההחלטה הקבוצתית זהה להחלטת הרוב אז הסתבסרות $\pi(f^m, p)$ שקבוצת הפרטים מקבלת את החלטה הנכונה שווה להסתברות שהרוב בוחר באפשרות הנכונה הינה

$$\pi(f^m, p) = p^3 + 3p^2(1-p)$$

נדגים בעזרת דוגמא:

נניח 3 פרטים שזהים ביכולות שלהם p=0.7. נחשב סיכוי לקבל החלטה נכונה אם יעשה שימוש בכלל "המומחה"/כלל "הרוב הפשוט".

סיכוי לקבל החלטה נכונה אם יעשה שימוש בכלל "המומחה" הינו: $\pi(f^e, p)\ =\ 0.7$

סיכוי לקבל החלטה נכונה אם יעשה שימוש בכלל "הרוב הפשוט" הינו:

$$\pi\ (f^m, p)\ =\ 0.7^3\ +\ 3 * 0.7^2 * (1-0.7)\ =\ 0.789$$

טענה:

בקבוצה של 3 מקבלי החלטות אשר זהים בכישוריהם כלל "הרוב הפשוט", עדיף על כלל "המומחה".

הוכחה:

$$\pi(f^m, p) - \pi(f^e, p) = p^3 + 3p^2(1-p) - p = p^2(3-2p) - p =$$

$$= p(2p-1)(1-p) >= 0$$

הדגמנו והוכחנו לעיל שאם כישורי החלטה של הפרטים זהים, כלל "רוב הפשוט" עדיף על כלל "המומחה". אך מודל זו הינו רחוק מהמציאות – היות וההנחה שכישורי החלטה של פרטים זהים לא תהיה נכונה ברוב המקרים.

במקרה של בחירה בין כלל "הרוב הפשוט" וכלל "המומחה" כאשר כישורי החלטה של הפרטים בעלי כישורי החלטה ידועים ושונים יש צורך במידע מדוייק אודות כישורי החלטה שלהם. מידע מסוג זה לא תמיד זמין או קל להשגה.

ובכל זאת כעת נשאלת השאילה – האם כלל "הרוב הפשוט" עדיף מכלל "המומחה" **גם** כאשר כישורי החלטה של פרטים אינם זהים?

הנחה:

p1=>p2>p3 > ½

כאשר החלטה הקבוצתית מתבססת על הכרעה של פרט יחיד וכישורי החלטה של הפרטים אינם זהים, כלל "המומחה" למעשה הופך לכלל "רנדומלי" כאשר קיימת הסתברות שווה לכך שאותו פרט הינו בעל כישורי החלטה הגבוהים ביותר (p1) או כישורי החלטה בינונים (p2) או הנמוכים ביותר (p3) . ולכן הסתברות שקבוצת פרטים מקבלת ההחלטה נכונה כאשר כלל החלטה הוא כלל "רנדומאלי", שווה ל:

$$\pi(f^e, p) = \frac{p1 + p2 + p3}{3}$$

מצד שני הסתברות שקבוצת פרטים מקבלת החלטה נכונה כאשר כלל החלטה הינו כלל "הרוב הפשוט", שווה ל:

$$\pi(f^m, p) = p1p2p3 + p1p2(1-p3) + p1(1-p2)p3 + (1-p1)p2p3$$

נדגים בעזרת דוגמא:

3 מקבלי החלטות בעלי כישורי החלטה לא ידועים. קיימת התלבטות בין כלל "הרוב הפשוט" ל-כלל "רנדומלי".

$p1\ (= 0.8) > p2\ (= 0.75) > p3\ (= 0.6) > 0.5$

חישוב לפי כלל "רנדומלי":

$$\pi\ (f^{e}, p) = p = \frac{p1 + p2 + p3}{3} = \frac{(0.8 + 0.75 + 0.6)}{3} = 0.716667$$

חישוב לפי כלל "הרוב הפשוט":

$$\begin{aligned}\pi\ (f^{m}, p) &= p1p2p3 + p1p2(1 - p3) + p1(1 - p2)p3 + (1 - p1)p2p3 \\ &= 0.8 * 0.75 * 0.6 + 0.8 * 0.75 * (1 - 0.6) + 0.8 * (1 - 0.75) \\ &* 0.6 + (1 - 0.8) * 0.75 * 0.6 = 0.81\end{aligned}$$

טענה:

בקבוצה של 3 מקבלי החלטות שכישוריהם אינם ידועים כלל "הרוב הפשוט", עדיף על כלל "רנדומלי".

נשים לב ש:

$\pi\ (f^{m},p1,p2,p3) >$

$1/3\ \pi\ (f^{m},1/2,p2,p3) + 1/3\ \pi\ (f^{m},p1,1/2,p3) + 1/3\ \pi\ (f^{m},p1,p2,1/2) =$

$1/3\ (\pi\ (f^{m},1/2,p2,p3) + \pi\ (f^{m},p1,1/2,p3) + \pi\ (f^{m},p1,p2,1/2))$

וגם ש:

$\pi\ (f^{m},½,p2,p3) = ½*p2*p3 +(1- ½)*p2*p3 + ½*(1-p2)*p3 +½*p2*(1-p3) =$

$\cancel{p2p3/2 + p2p3/2} + p3/2 \cancel{- p2p3/2} + p2/2 \cancel{- p2p3/2} = p3/2 + p2/2$

$\pi\ (f^{m},p1, ½,p3) = p1*½*p3 + (1-p1)* ½*p3 + p1*(1-½)*p3 + p1*½*(1-p3) =$

$\cancel{p1p3/2} + p3/2 \cancel{- p1p3/2 + p1p3/2} + p1/2 \cancel{- p1p3/2} = p3/2 + p1/2$

$\pi\ (f^{m},p1,p2, ½)) = p1*p2*1/2 + (1-p1)*p2*1/2 + p1*(1-p2)*1/2 + p1*p2*(1-1/2) =$

$\cancel{p1p2/2} + p2/2 \cancel{- p1p2/2} + p1/2 \cancel{- p1p2/2 + p1p2/2} = p2/2 + p1/2$

נציב בנוסחה ראשונה:

$1/3(\pi\ (ʃ^m,1/2,p2,p3) + \pi\ (ʃ^m,p1,1/2,p3) + \pi\ (ʃ^m,p1,p2,1/2)) =$

$1/3(p3/2 + p2/2 + p3/2 + p1/2 + p2/2 + p1/2) =$

$1/3\ (p3 + p2 + p1) = \pi\ (ʃ^e,p)$

הוכחנו ש:

$\pi\ (ʃ^m,p1,p2,p3) > 1/3\ (p3 + p2 + p1) = \pi\ (ʃ^e,p)$

הדגמנו והוכחנו לעיל שאם כישורי החלטה של הפרטים אינם זהים, כלל "הרוב הפשוט" עדיף על כלל "רנדומלי" בהתבסס על Nitzan (2008).

לאור ממצאים אלו אנו נתמקד בכלל "הרוב הפשוט".

4. צורך במציאת פונקציה הפוכה

קיימים מספר מצבים בהם יש צורך במציאת פונקציה הפוכה. בסמינר זה נתמקד ב-2 מצבים אפשריים:

1. נדרש לקבל החלטה נכונה בנושא הנידון בהסתברות סופית π נתונה עבור קבוצה בת n פרטים. יש למצוא וקטור (כלל וקטורים אפשריים) של הסתברויות אשר יעמוד בקריטריון ויוביל להסתברות סופית הרצויה.

2. מציאת הסתברות של אחד הפרטים בהנתן הסתברות סופית רצויה והסתברויות של שאר משתתפי הקבוצה.

דוגמא ממחישה עבור מצב 1:

אדם חולה זקוק לחוות דעת רפואית בכדי לקבל החלטה האם לבצע ניתוח או להמשיך בטיפול שמרני. ברצונו לפנות ל-3 רופאים במטרה לקבל החלטה נכונה בהסתברות של לפחות 90%. מהו וקטור אפשרי של הסתברויות הרופאים המאפשר להגיע להסתברות הכוללת של לפחות 90%?

π = 0.9 ➔ p = (p1,p2,p3)

π = 0.9 ➔ p = (0.95,0.75,0.7), p = (0.95,0.75,0.7), p = (0.95,0.8,0.6)

דוגמא ממחישה עבור מצב 2:

על מנהל החברה לקבל החלטה האם להכניס מדיניות מכירות חדשה או להשאר עם מדיניות ישנה. החלטתו תתבסס על החלטה של 2 סגניו - מנהל מחלקת מכירות ומנהל מחלקת תפעול וכמובן על החלטתו לפי כלל "הרוב הפשוט". אם נתון שהסתברות לקבלת החלטה נכונה של 2 מנהליו הינה 0.8 עבור כל אחד מהם ומנהל היה רוצה לקבל החלטה סופית נכונה בהסתברות של לפחות 95%, מה צריכה להיות הסתברות החלטה נכונה של מנהל בכדי לקבל הסתברות החלטה כוללת רצויה?

5. הצגת אלגוריתמים

מצב 1:

הצגת אלגוריתם למציאת וקטור הסתברויות של שלושת הפרטים אשר יוביל לקבלת הסתברות כוללת רצויה.

הנחות לכתיבת אלגוריתם עבור מצב 1:

- P1=>P2=>P3
- הסתברויות להחלטה נכונה של כל אחד מ-3 הפרטים גדולות מ-0.5.
- הסתברות לקבלת החלטה לא נכונה לפרט i הינה (1-Pi).
- קבוצת פרטים מכילה 3 אנשים n=3.
- לא קיימת אפשרות להימנע מביצוע החלטה.

פסאודו – קוד:

- **INITIALIZE** minimum probability to 0.5
- **INITIALIZE** maximum probability to 1
- **GET INPUT** from user for total desired probability
- **GET INPUT** from user for desired probability resolution (step)
- **LOOP** from the minimum probability to maximum probability advancing by resolution step (first probability)
    - **LOOP** from the minimum probability to maximum probability advancing by resolution step (second probability)
    - **IF** first probability is bigger than second probability **THAN**
        - **LOOP** from the minimum probability to maximum probability advancing by Resolution step (third probability)
        - **IF** second probability is bigger than third probability **THAN**
            - **CALCULATE** total probability based on majority rule and all three probabilities.
            - **IF** calculated probability equals expected probability **THAN**
              PRINT

תוצאות הרצה:

תוצאת הרצה של אלגוריתם לצורך מציאת כלל הווקטורים (שלושות) המייצגים הסתברויות של פרטים המאפשרים להגיע להסתברות כוללת של 0.8 עם רזולוציה של 0.05.

```
Please enter expected probability!
0.8
Please enter desirable step for persons' probability!
0.05
p1: 0.75 p2: 0.7 p3: 0.7 expected probability 0.8
p1: 0.8 p2: 0.8 p3: 0.5 expected probability 0.8
p1: 0.85 p2: 0.75 p3: 0.5 expected probability 0.8
p1: 0.9 p2: 0.7 p3: 0.5 expected probability 0.8
p1: 0.95 p2: 0.6 p3: 0.55 expected probability 0.8
p1: 0.95 p2: 0.65 p3: 0.5 expected probability 0.8
p1: 1.0 p2: 0.55 p3: 0.55 expected probability 0.8
p1: 1.0 p2: 0.6 p3: 0.5 expected probability 0.8
```

תוצאת הרצה של אלגוריתם לצורך מציאת כלל הווקטורים (שלושות) המייצגים הסתברויות של פרטים המאפשרים להגיע להסתברות הכוללת של 0.9 עם רזולוציה של 0.1.

```
Please enter expected probability!
0.9
Please enter desirable step for persons' probability!
0.1
p1: 0.8 p2: 0.8 p3: 0.8 expected probability 0.9
p1: 0.9 p2: 0.8 p3: 0.7 expected probability 0.9
p1: 0.9 p2: 0.9 p3: 0.5 expected probability 0.9
p1: 1.0 p2: 0.8 p3: 0.5 expected probability 0.9
```

מצב 2:

הצגת אלגוריתם למציאת הסתברות החלטה נכונה של הפרט בהנתן הסתברות כוללת והסתברויות של 2 פרטים אחרים.

הנחות לכתיבת אלגוריתם עבור מצב 2:

- P1=>P2=>P3
- P2 ו-P3 ידועים ונדרש למצוא את P1.
- הסתברויות להחלטה נכונה של כל אחת מ-3 הפרטים גדולות מ-0.5.
- הסתברות לקבלת החלטה לא נכונה הינה (1-Pi)
- קבוצת פרטים מכילה 3 אנשים n=3.
- לא קיימת אפשרות להימנע מביצוע החלטה.

הצגת פונקציה הפוכה המהווה לב האלגוריתם:

מקרה כללי:

$$\pi\,(f^{\mathrm{m}},\mathrm{p}) \;=\; \mathrm{p1p2p3} \;+\; \mathrm{p1p2}(1-\mathrm{p3}) \;+\; \mathrm{p1}(1-\mathrm{p2})\mathrm{p3} \;+\; (1-\mathrm{p1})\mathrm{p2p3}$$

$$\pi\,(f^{\mathrm{m}},\mathrm{p}) = \;\cancel{\mathrm{p1p2p3}} \;+\; \mathrm{p1p2}\cancel{-\mathrm{p1p2p3}} \;+\; \mathrm{p1p3}-\mathrm{p1p2p3} \;+\; p2p3-p1p2p3$$

$$\pi\,(f^{\mathrm{m}},\mathrm{p}) = \;\mathrm{p1p2} \;+\mathrm{p1p3}-\mathrm{p1p2p3}+\mathrm{p2p3}-\mathrm{p1p2p3}$$

$$\pi\,(f^{\mathrm{m}},\mathrm{p})-\mathrm{p2p3} = \mathrm{p1p2}+\mathrm{p1p3}-2*\mathrm{p1p2p3}$$

$$\pi\,(f^{\mathrm{m}},\mathrm{p})-p2p3 = p1(p2+p3-2p2p3)$$

$$p1 = \frac{(\pi\,(f^{\mathrm{m}},\mathrm{p})-p2p3)}{(p2+p3-2p2p3)}$$

מקרה פרטי:

p2=p3, נתייחס למקרה הזה בצורה פרטנית בהמשך הסמינר:

$$\pi\ (f^{m}, p) = p1p2p3 + p1p2(1 - p3) + p1(1 - p2)p3 + (1 - p1)p2p3$$

p2=p3

$$\pi\ (f^{m}, p) = p1p2p2 + p1p2(1 - p2) + p1(1 - p2)p2 + (1 - p1)p2\text{^}2$$

$$\pi\ (f^{m}, p) = p1p2^{2} + p1p2 - p1p2^{2} + p1p2 - p1p2^{2} + p2^{2} - p1p2^{2})$$

$$\pi\ (f^{m}, p) = \cancel{p1p2^{2}} + p1p2 \cancel{- p1p2^{2}} + p1p2 - p1p2^{2} + p2^{2} - p1p2^{2})$$

$$\pi\ (f^{m}, p) = 2p1p2 - 2p1p2^{2} + p2^{2}$$

$$\pi\ (f^{m}, p) - p2^{2} = 2p1p2 - 2p1p2^{2}$$

$$2p1(p2 - p2^{2}) = \pi\ (f^{m}, p) - p2^{2}$$

$$2p1 = (\pi\ (f^{m}, p) - p2^{2})/(p2 - p2^{2})$$

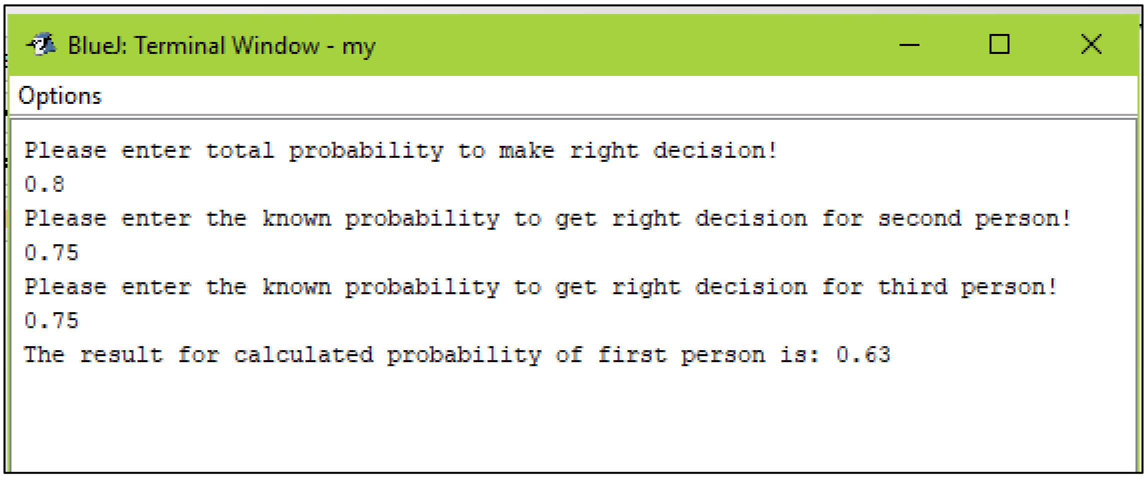
$$p1 = \frac{(\pi\ (f^{m}, p) - p2^{2})}{2(p2 - p2^{2})}$$

פסאודו – קוד:

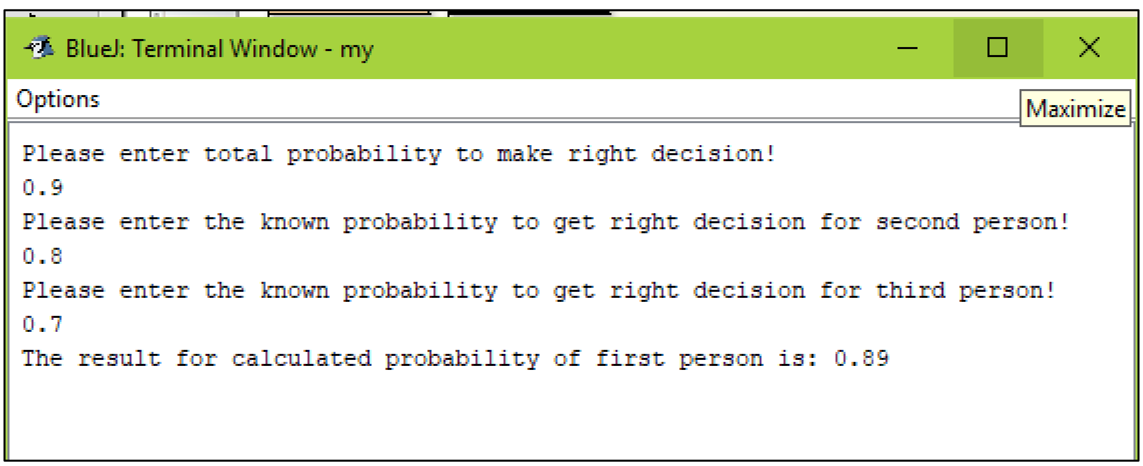
- **GET INPUT** from user for total known probability to get the right decision.
- **CHECK** input value.
- **GET INPUT** from user for known probability to get the right decision of second person.
- **CHECK** input value.
- **GET INPUT** from user for known probability to get the right decision of third person.
- **CHECK** input value.
- **CALCULATE** the probability to get the right decision based on formula shown on previous page.

תוצאות הרצה:

מציאת הסתברות החלטה של פרט מס' 1 בהינתן הסתברויות החלטה של פרט 2 ו-3 (הסתברויות זהות ושוות ל-0.75) והסתברות כוללת של 0.8.



מציאת הסתברות החלטה של פרט מס' 1 בהינתן הסתברויות החלטה של פרט 2 ו-3 (הסתברויות שונות – 0.8 לפרט 2 ו- 0.7 לפרט 3) והסתברות כוללת של 0.9.



6. הצגה גרפית

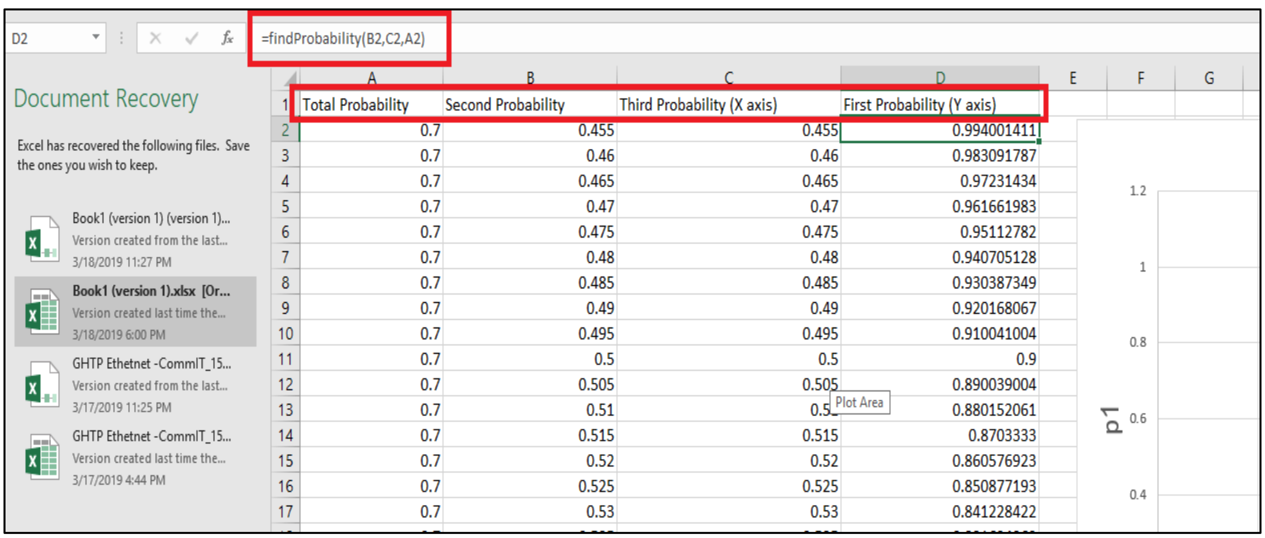
נשתמש באפשרות Developer בתוך האקסל ונכתוב בעזרת VBA (Visual Basic for Applications) פונקצית מאקרו אשר תחשב את הסתברות של פרט 1 בהנתן הסתברויות להחלטה נכונה של פרט 2 ו-3 והסתברות החלטה כוללת.

למעשה מדובר במימוש של פונקציה הפוכה אשר הוגדרה בפרק הקודם ע"י פסאודו-קוד.

בלשונית באקסל ניצור 3 עמודות: עמודת הסתברות הכוללת, עמודת הסתברות של פרט השני, עמודות הסתברות של פרט השלישי.

בעזרת שימוש בפונקציה הפוכה נבצע חישוב הסתברות של פרט הראשון בהנתן הסתברויות החלטה של פרט 2 ו-3 עבור כל אחת מ-6 רמות של הסתברות הכוללת (0.7,0.75,0.8,0.85,0.9,0.95).

קובץ אקסל עם נתוני ההסתברות של 3 הפרטים עבור כל רמה של הסתברות כוללת יהווה קלט לבניית הגרפים ויצורף לעבודה.



	A	B	C	D
1	Total Probability	Second Probability	Third Probability (X axis)	First Probability (Y axis)
2	0.7	0.455	0.455	0.994001411
3	0.7	0.46	0.46	0.983091787
4	0.7	0.465	0.465	0.97231434
5	0.7	0.47	0.47	0.961661983
6	0.7	0.475	0.475	0.95112782
7	0.7	0.48	0.48	0.940705128
8	0.7	0.485	0.485	0.930387349
9	0.7	0.49	0.49	0.920168067
10	0.7	0.495	0.495	0.910041004
11	0.7	0.5	0.5	0.9
12	0.7	0.505	0.505	0.890039004
13	0.7	0.51	0.5[illegible]	0.880152061
14	0.7	0.515	0.515	0.8703333
15	0.7	0.52	0.52	0.860576923
16	0.7	0.525	0.525	0.850877193
17	0.7	0.53	0.53	0.841228422

הנחות:

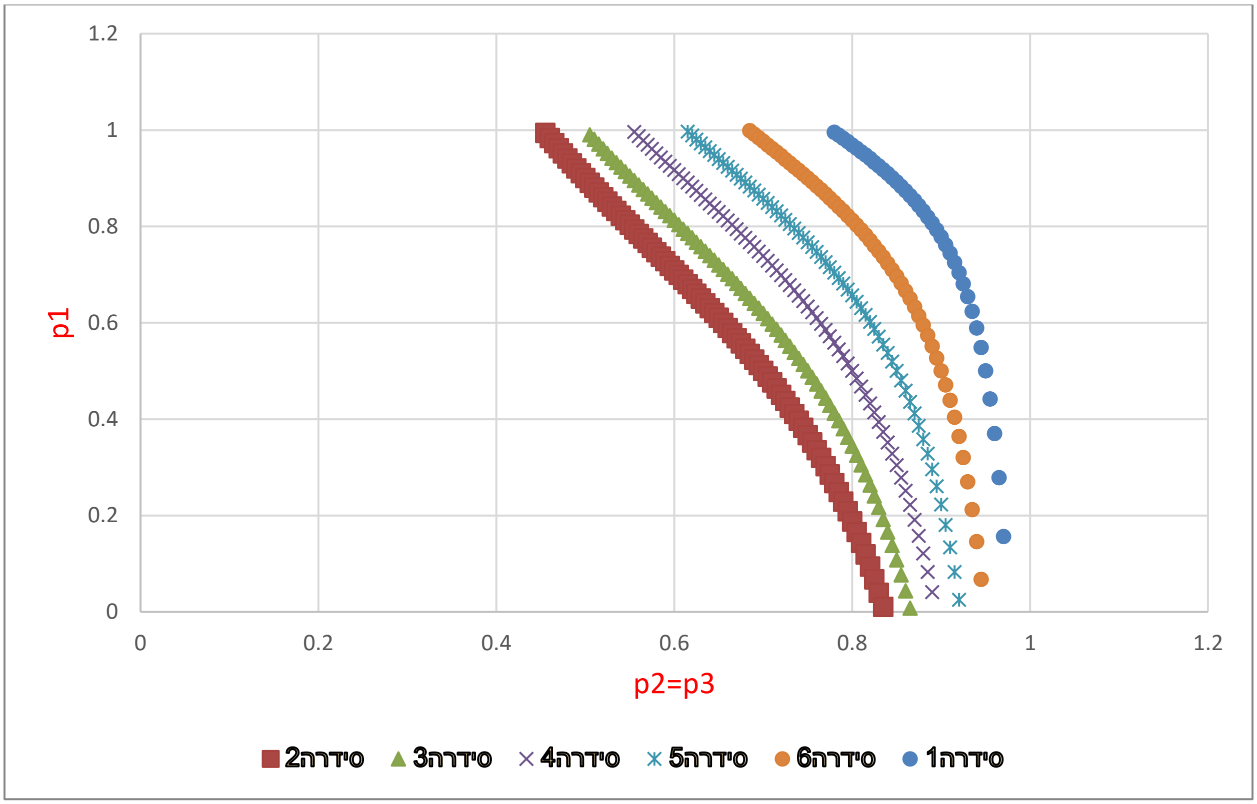
- הסתברויות החלטה של פרט שני ושלישי נתונות וזהות.
- רזולוציה בהסתברות של פרט שני ושלישי הינה 0.05.
- הסתברויות של כלל הפרטים חייבות להמצות בטווח 0<p<1

כאשר על ציר ה-X של הגרפים יופיעו הסתברויות לקבלת החלטה נכונה עבור פרט 2. כפי שהוגדר מעלה הסתברויות אלו יהיו זהות להסתברויות של פרט 3.

על ציר ה-Y של הגרפים יופיעו הסתברויות לקבלת החלטה נכונה עבור פרט 1 אשר חושבו בעזרת הפעלה של פונקציה הפוכה אשר פיתוחה ומימושה הוצגו מעלה.

גרפים נפרדים עבור כל רמה של הסתברות כוללת מופיעים בקובץ אקסל המצורף לעבודה.

להלן הגרף המסכם:



Series2 => $\pi(f^m,p1,p2,p3)=0.7$

סה"כ תצפיות בגרף: 76 (כלל התצפיות מופיעות בקובץ אקסל המצורף).

טווח ערכים של p2=p3*: 0.455 < p2=p3 < 0.835

טווח ערכים של p1: 0.001 < p1 < 0.994

Series3 => $\pi(f^m,p1,p2,p3)=0.75$

סה"כ תצפיות בגרף: 72 (כלל התצפיות מופיעות בקובץ אקסל המצורף).

טווח ערכים של p2=p3*: $0.505 < p2=p3 < 0.865$

טווח ערכים של p1: $0.07 < p1 < 0.99$

Series4 => $\pi(f^m,p1,p2,p3)=0.8$

סה"כ תצפיות בגרף: 67 (כלל התצפיות מופיעות בקובץ אקסל המצורף).

טווח ערכים של p2=p3*: $0.555 < p2=p3 < 0.89$

טווח ערכים של p1: $0.0403 < p1 < 0.996$

Series5 => $\pi(f^m,p1,p2,p3)=0.85$

סה"כ תצפיות בגרף: 61 (כלל התצפיות מופיעות בקובץ אקסל המצורף).

טווח ערכים של p2=p3*: $0.615 < p2=p3 < 0.92$

טווח ערכים של p1: $0.025 < p1 < 0.996$

* לא ניתן לקחת נקודות מחוץ לטווח זה כי עבור נקודות מחוץ לטווח מתקבלות ערכי p1 שליליים או גדולים מ-1.

Series6 => $\pi(f^m,p1,p2,p3)=0.9$

סה"כ תצפיות בגרף: 52 (כלל התצפיות מופיעות בקובץ אקסל המצורף).

טווח ערכים של p2=p3*: $0.685 < p2=p3 < 0.945$

טווח ערכים של p1: $0.067 < p1 < 0.998$

Series1 => $\pi(f^m,p1,p2,p3)=0.95$

סה"כ תצפיות בגרף: 38 (כלל התצפיות מופיעות בקובץ אקסל המצורף).

טווח ערכים של p2=p3*: $0.78 < p2=p3 < 0.97$

טווח ערכים של p1: $0.156 < p1 < 0.995$

לפירוט נוסף אנא ראה את הגרפים ותצפיות המופיעים בנספח א'.

* לא ניתן לקחת נקודות מחוץ לטווח זה כי עבור נקודות מחוץ לטווח מתקבלות ערכי p1 שליליים או גדולים מ-1.

8. מסקנות

1. מהאיור בעמ' 17 ניתן להסיק שככל שאנו נדרשים להסתברות כוללת גבוהה יותר כך שיפוע הקו יהיה תלול יותר. לאחר הפעלת פונקציית SLOAP המובנית באקסל אשר מחזירה את שיפוע קו הרגרסיה לינארי העובר דרך נקודות known_y's & known_x's התקבלו תוצאות הבאות:

עבור עקומת $\pi(f^m,$p1,p2,p3)=0.7 שיפוע בערך מוחלט – 2.34681

עבור עקומת $\pi(f^m,$p1,p2,p3)=0.75 שיפוע בערך מוחלט – 2.431103

עבור עקומת $\pi(f^m,$p1,p2,p3)=0.8 שיפוע בערך מוחלט – 2.495036

עבור עקומת $\pi(f^m,$p1,p2,p3)=0.85 שיפוע בערך מוחלט – 2.678345

עבור עקומת $\pi(f^m,$p1,p2,p3)=0.9 שיפוע בערך מוחלט – 2.87743

עבור עקומת $\pi(f^m,$p1,p2,p3)=0.95 שיפוע בערך מוחלט – 3.30418

כמו כן ניתן לראות שקיימת דינאמיקה חיובית בגידול קצב שינוי השיפוע ככל שרמת הסתברות הכוללת עולה:

במעבר משיפוע של עקומת $\pi(f^m,$p1,p2,p3)=0.75 לשיפוע $\pi(f^m,$p1,p2,p3)=0.8 עלייה של 0.064

במעבר משיפוע של עקומת $\pi(f^m,$p1,p2,p3)=0.8 לשיפוע $\pi(f^m,$p1,p2,p3)=0.85 עלייה של 0.183

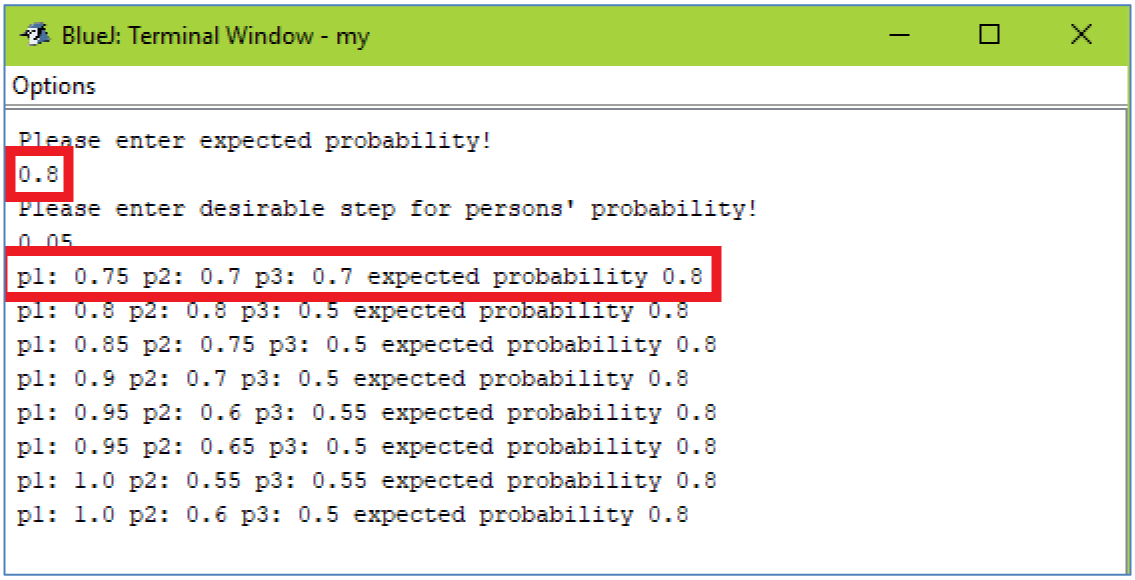
במעבר משיפוע של עקומת $\pi(f^m,$p1,p2,p3)=0.85 לשיפוע $\pi(f^m,$p1,p2,p3)=0.9 עלייה של 0.199

במעבר משיפוע של עקומת $\pi(f^m,$p1,p2,p3)=0.85 לשיפוע $\pi(f^m,$p1,p2,p3)=0.9 עלייה של 0.427.

המסקנה היא שככל שרמת הסתברות הכוללת גבוהה יותר כך ככל שמתקדמים על ציר ה-X (p2=p3) מקבלים שינוי גדול יותר על ציר ה-Y (p1).

במילים אחרות ככל שרמת הסתברות הכוללת הולכת וגדלה כך גם עולה השפעה של הסתברויות של 2 הפרטים (p2/p3) וזה מתבטא בעיקר בירידת צורך לקבל הסתברות גבוהה עבור פרט 1 (p1) בכדי להגיע להסתברות כוללת רצויה.

2. כלל "רוב הפשוט" עדיף על כלל "המומחה". בנוסף להוכחה פורמאלית שהוצגה בסמנריון זה אנו יודעים שבכדי להגיע להסתברות סופית רצויה בכלל "המומחה" אנו זקוקים שפרט אשר מוגדר כמומחה יקבל את ההחלטה בהסתברות זו בדיוק. אך במקרה של כלל "רוב הפשוט" (כפי שראינו מהפעלת אלגוריתם ראשון ושני) מתקבל מצב בו הסתברות להחלטה נכונה אצל כל אחד משלושת הפרטים תהיה נמוכה מהסתברות סופית רצויה אך הסתברות הכוללת שלהם תהיה זהה או אף גדולה מהסתברות הרצויה הכוללת.



Total Probability	Second Probability	Third Probability (X axis)	First Probability (Y axis)
0.7	0.635	0.635	0.640222198
0.7	0.64	0.64	0.630208333
0.7	0.645	0.645	0.620100448
0.7	0.65	0.65	0.60989011
0.7	0.655	0.655	0.599568536
0.7	0.66	0.66	0.58912656
0.7	0.665	0.665	0.578554595
0.7	0.67	0.67	0.567842605
0.7	0.675	0.675	0.556980057
0.7	0.68	0.68	0.545955882
0.7	0.685	0.685	0.534758429
0.7	0.69	0.69	0.523375409
0.7	0.695	0.695	0.511793844

3. מנתונים שבפרק יצוג הגרפי ובקובץ אקסל המצורף ניתן לראות שעבור רמות הסתברות <u>הכוללת</u> בטווח שבין 0.7 לבין 0.8 מספיק שהסתברות להחלטה נכונה של אחד הפרטים תשאף ל-1, בכדי שהסתברות להחלטה נכונה של 2 פרטים הנוספים תהיה זהה להסתברות קבלת החלטה שמתקבלת בהטלת מטבע (סביב 0.5).

Total Probability	Second Probability	Third Probability (X axis)	First Probability (Y axis)
0.8	0.555	0.555	0.99600162

Total Probability	Second Probability	Third Probability (X axis)	First Probability (Y axis)
0.75	0.505	0.505	0.990049005

Total Probability	Second Probability	Third Probability (X axis)	First Probability (Y axis)
0.7	0.455	0.455	0.994001411

4. מנתונים שבפרק יצוג הגרפי ובקובץ אקסל המצורף ניתן לראות שעבור רמות הסתברות <u>הכוללת</u> הנמצאות בטווח שבין 0.8 לבין 0.9 מספיק שהסתברות להחלטה נכונה של 2 פרטים תהיה גדולה מהסתברות הכוללת הרצויה בעד כ-8% בכדי לקבל יכולת לספוג החלטה שגויה (מעל 90%) של פרט השלישי ובכל זאת להגיע להסתברות כוללת הרצויה.

Total Probability	Second Probability	Third Probability (X axis)	First Probability (Y axis)
0.8	0.89	0.89	0.040347293

Total Probability	Second Probability	Third Probability (X axis)	First Probability (Y axis)
0.85	0.92	0.92	0.024456522

Total Probability	Second Probability	Third Probability (X axis)	First Probability (Y axis)
0.9	0.945	0.945	0.067099567

5. מנתונים שבפרק יצוג הגרפי ובקובץ אקסל המצורף ניתן לראות שככל שהסתברות הכוללת גדולה יותר כך ערך מספרי בגבול העליון ובגבול התחתון של הטווח עבור p2=p3 גדולים יותר.

להלן הטבלה:

טווח p1	טווח p2=p3	הסתברות הכוללת
0.01-0.99	0.78-0.97	0.95
0.01-0.99	0.685-0.945	0.9
0.01-0.99	0.615-0.92	0.85
0.01-0.99	0.555-0.89	0.8
0.01-0.99	0.505-0.865	0.75
0.01-0.99	0.455-0.835	0.7

מסקנות עבור כל השורות:

עבור ערכים p2=p3 קטנים מערך גבול תחתון של הטווח לא משנה כלל מה הערך של p1 היות ועבור כל ערך של p1 לא יהיה ניתן להגיע להסתברות סופית הרצויה בהתבסס על כלל "הרוב הפשוט".

עבור ערכים p2=p3 גדולים מערך גבול עליון של הטווח לא משנה כלל מה הערך של p1 היות ועבור כל ערך של p1 יהיה ניתן להגיע להסתברות סופית הרצויה בהתבסס על כלל "הרוב הפשוט".

דוגמאות ספציפיות:

עבור שורה ראשונה בטבלה:

- במידה וקיימים 2 פרטים שהסתברות שלהם לקבלת החלטה נכונה נמוכה מ-0.78 (לא חייב להתקיים שהסתברויות הפרטים זהות) לא ניתן להגיע להסתברות הכוללת של 0.95 עבור כל רמת הסתברות של פרט הנוסף.

עבור שורה אחרונה בטבלה:

- במידה וקיימים 2 פרטים שהסתברות שלהם לקבלת החלטה גדולה מ-0.835, כלל לא משנה מה הסתברות של פרט הנוסף כי כל רמה של הסתברות של פרט הנוסף תוביל להסתברות הרצויה או אף גדולה ממנה.

6. עוד פרט חשוב הוא שככל שרמת הסתברות הכוללת לקבלת החלטה הנכונה עולה כך כמות תצפיות החוקיות המתקבלות מפונקציה ההפוכה לטובת בניית גרף יורדת. להלן הטבלה:

כמות תצפיות	רמת הסתברות
38	0.95
52	0.9
59	0.85
67	0.8
72	0.75
76	0.7

9. סיכום

הסמינר התמקד בכלל החלטה "הרוב הפשוט" עבור קבוצה סופית של פרטים בעלי יכולות החלטה שונות מתוך רצון למצוא פונקציה הפוכה למצבים בהם:

1. נתונה הסתברות סופית רצויה ונדרש למצוא וקטור הסתברויות של הפרטים אשר בהפעלת עליו את כלל "הרוב הפשוט" מביא להסתברות כוללת הרצויה.
2. נתונה הסתברות סופית רצויה והסתברויות של 2 פרטים ונדרש למצוא את הסתברות של פרט הנוסף.

בסמינר זה הוצגו אלגוריתמים לפונקציות הפוכות ומימושם בשפת Java ו-VBA והן המסקנות מהפעלת האלגוריתמים אלו.

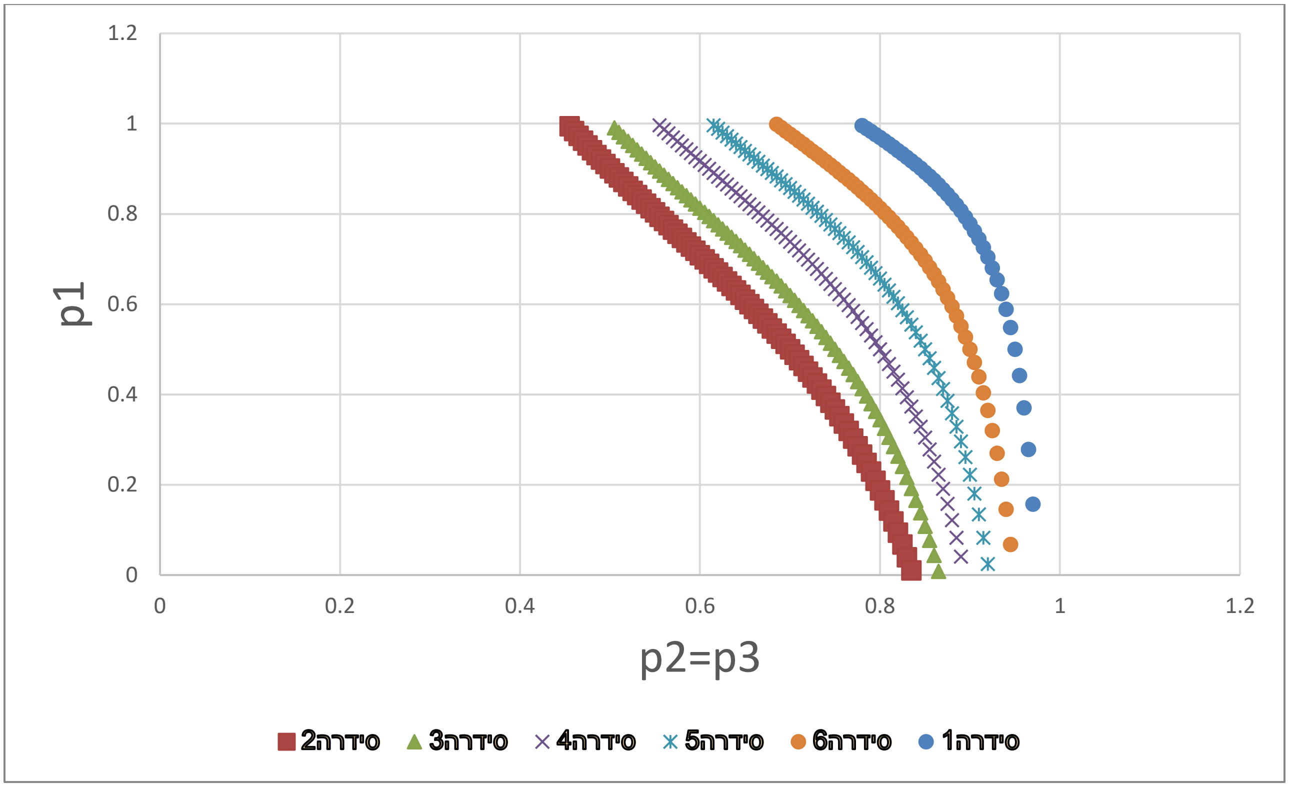
10. רשימה ביבליאוגרפית

-Paroush, J. (1998). Stay away from fair coins: A Condorcet jury theorem. Social Choice and Welfare, 17-20

- Nitzan, S., & Paroush J. (1982) Optimal Decision Rules in Uncertain Dichotomous Choice Situations. Internal Economic Review 23(2),289-297

- Nitzan, S. (2008) Social Preference and Choice 238-280

נספח א' – גרפים



Total Probability	Second Probability	Third Probability (X axis)	First Probability (Y axis)
0.95	0.78	0.78	0.995337995
0.95	0.785	0.785	0.988816472
0.95	0.79	0.79	0.982218204
0.95	0.795	0.795	0.975533057
0.95	0.8	0.8	0.96875
0.95	0.805	0.805	0.961856984
0.95	0.81	0.81	0.954840806
0.95	0.815	0.815	0.947686951
0.95	0.82	0.82	0.940379404
0.95	0.825	0.825	0.932900433
0.95	0.83	0.83	0.925230333
0.95	0.835	0.835	0.917347124
0.95	0.84	0.84	0.90922619
0.95	0.845	0.845	0.900839855
0.95	0.85	0.85	0.892156863
0.95	0.855	0.855	0.883141762
0.95	0.86	0.86	0.873754153

0.95	0.865	0.865	0.863947763
0.95	0.87	0.87	0.853669319
0.95	0.875	0.875	0.842857143
0.95	0.88	0.88	0.831439394
0.95	0.885	0.885	0.819331859
0.95	0.89	0.89	0.806435138
0.95	0.895	0.895	0.792631019
0.95	0.9	0.9	0.777777778
0.95	0.905	0.905	0.761703984
0.95	0.91	0.91	0.744200244
0.95	0.915	0.915	0.725008036
0.95	0.92	0.92	0.703804348
0.95	0.925	0.925	0.68018018
0.95	0.93	0.93	0.653609831
0.95	0.935	0.935	0.623406006
0.95	0.94	0.94	0.588652482
0.95	0.945	0.945	0.548100048
0.95	0.95	0.95	0.5
0.95	0.955	0.955	0.441826643
0.95	0.96	0.96	0.369791667
0.95	0.965	0.965	0.277942265
0.95	0.97	0.97	0.156357388

Total Probability	Second Probability	Third Probability (X axis)	First Probability (Y axis)
0.9	0.685	0.685	0.998204148
0.9	0.69	0.69	0.99088359
0.9	0.695	0.695	0.983547588
0.9	0.7	0.7	0.976190476
0.9	0.705	0.705	0.968806347
0.9	0.71	0.71	0.961389024
0.9	0.715	0.715	0.953932033
0.9	0.72	0.72	0.946428571
0.9	0.725	0.725	0.938871473
0.9	0.73	0.73	0.931253171
0.9	0.735	0.735	0.923565653
0.9	0.74	0.74	0.915800416
0.9	0.745	0.745	0.907948414
0.9	0.75	0.75	0.9
0.9	0.755	0.755	0.891944857
0.9	0.76	0.76	0.88377193
0.9	0.765	0.765	0.875469337
0.9	0.77	0.77	0.86702428

0.9	0.775	0.775	0.858422939
0.9	0.78	0.78	0.84965035
0.9	0.785	0.785	0.840690268
0.9	0.79	0.79	0.831525015
0.9	0.795	0.795	0.822135297
0.9	0.8	0.8	0.8125
0.9	0.805	0.805	0.802595955
0.9	0.81	0.81	0.792397661
0.9	0.815	0.815	0.781876969
0.9	0.82	0.82	0.77100271
0.9	0.825	0.825	0.75974026
0.9	0.83	0.83	0.748051028
0.9	0.835	0.835	0.735891853
0.9	0.84	0.84	0.723214286
0.9	0.845	0.845	0.709963734
0.9	0.85	0.85	0.696078431
0.9	0.855	0.855	0.681488203
0.9	0.86	0.86	0.666112957
0.9	0.865	0.865	0.649860844
0.9	0.87	0.87	0.632625995
0.9	0.875	0.875	0.614285714
0.9	0.88	0.88	0.59469697
0.9	0.885	0.885	0.573691968
0.9	0.89	0.89	0.551072523
0.9	0.895	0.895	0.52660282
0.9	0.9	0.9	0.5
0.9	0.905	0.905	0.47092178
0.9	0.91	0.91	0.438949939
0.9	0.915	0.915	0.403567985
0.9	0.92	0.92	0.364130435
0.9	0.925	0.925	0.31981982
0.9	0.93	0.93	0.269585253
0.9	0.935	0.935	0.212052653
0.9	0.94	0.94	0.145390071
0.9	0.945	0.945	0.067099567

Total Probability	Second Probability	Third Probability (X axis)	First Probability (Y axis)
0.85	0.615	0.615	0.996251716
0.85	0.62	0.62	0.98811545
0.85	0.625	0.625	0.98
0.85	0.63	0.63	0.971900472
0.85	0.635	0.635	0.963811887
0.85	0.64	0.64	0.955729167

0.85	0.645	0.645	0.947647123
0.85	0.65	0.65	0.93956044
0.85	0.655	0.655	0.931463657
0.85	0.66	0.66	0.923351159
0.85	0.665	0.665	0.915217147
0.85	0.67	0.67	0.907055631
0.85	0.675	0.675	0.898860399
0.85	0.68	0.68	0.890625
0.85	0.685	0.685	0.882342718
0.85	0.69	0.69	0.874006545
0.85	0.695	0.695	0.865609152
0.85	0.7	0.7	0.857142857
0.85	0.705	0.705	0.848599591
0.85	0.71	0.71	0.83997086
0.85	0.715	0.715	0.8312477
0.85	0.72	0.72	0.822420635
0.85	0.725	0.725	0.813479624
0.85	0.73	0.73	0.804414003
0.85	0.735	0.735	0.795212425
0.85	0.74	0.74	0.785862786
0.85	0.745	0.745	0.776352152
0.85	0.75	0.75	0.766666667
0.85	0.755	0.755	0.756791458
0.85	0.76	0.76	0.746710526
0.85	0.765	0.765	0.736406619
0.85	0.77	0.77	0.725861095
0.85	0.775	0.775	0.715053763
0.85	0.78	0.78	0.703962704
0.85	0.785	0.785	0.692564065
0.85	0.79	0.79	0.680831826
0.85	0.795	0.795	0.668737536
0.85	0.8	0.8	0.65625
0.85	0.805	0.805	0.643334926
0.85	0.81	0.81	0.629954516
0.85	0.815	0.815	0.616066987
0.85	0.82	0.82	0.601626016
0.85	0.825	0.825	0.586580087
0.85	0.83	0.83	0.570871722
0.85	0.835	0.835	0.554436581
0.85	0.84	0.84	0.537202381
0.85	0.845	0.845	0.519087612
0.85	0.85	0.85	0.5
0.85	0.855	0.855	0.479834644
0.85	0.86	0.86	0.458471761

0.85	0.865	0.865	0.435773924
0.85	0.87	0.87	0.41158267
0.85	0.875	0.875	0.385714286
0.85	0.88	0.88	0.357954545
0.85	0.885	0.885	0.328052076
0.85	0.89	0.89	0.295709908
0.85	0.895	0.895	0.260574621
0.85	0.9	0.9	0.222222222
0.85	0.905	0.905	0.180139575
0.85	0.91	0.91	0.133699634
0.85	0.915	0.915	0.082127933
0.85	0.92	0.92	0.024456522

Total Probability	Second Probability	Third Probability (X axis)	First Probability (Y axis)
0.8	0.555	0.555	0.99600162
0.8	0.56	0.56	0.987012987
0.8	0.565	0.565	0.978079544
0.8	0.57	0.57	0.969196246
0.8	0.575	0.575	0.960358056
0.8	0.58	0.58	0.951559934
0.8	0.585	0.585	0.942796828
0.8	0.59	0.59	0.934063663
0.8	0.595	0.595	0.925355327
0.8	0.6	0.6	0.916666667
0.8	0.605	0.605	0.907992468
0.8	0.61	0.61	0.899327449
0.8	0.615	0.615	0.890666244
0.8	0.62	0.62	0.882003396
0.8	0.625	0.625	0.873333333
0.8	0.63	0.63	0.864650365
0.8	0.635	0.635	0.855948657
0.8	0.64	0.64	0.847222222
0.8	0.645	0.645	0.838464898
0.8	0.65	0.65	0.82967033
0.8	0.655	0.655	0.82083195
0.8	0.66	0.66	0.811942959
0.8	0.665	0.665	0.802996297
0.8	0.67	0.67	0.793984622
0.8	0.675	0.675	0.784900285
0.8	0.68	0.68	0.775735294
0.8	0.685	0.685	0.766481288
0.8	0.69	0.69	0.7571295
0.8	0.695	0.695	0.747670716

0.8	0.7	0.7	0.738095238
0.8	0.705	0.705	0.728392836
0.8	0.71	0.71	0.718552695
0.8	0.715	0.715	0.708563366
0.8	0.72	0.72	0.698412698
0.8	0.725	0.725	0.688087774
0.8	0.73	0.73	0.677574835
0.8	0.735	0.735	0.666859197
0.8	0.74	0.74	0.655925156
0.8	0.745	0.745	0.644755889
0.8	0.75	0.75	0.633333333
0.8	0.755	0.755	0.621638059
0.8	0.76	0.76	0.609649123
0.8	0.765	0.765	0.597343902
0.8	0.77	0.77	0.584697911
0.8	0.775	0.775	0.571684588
0.8	0.78	0.78	0.558275058
0.8	0.785	0.785	0.544437861
0.8	0.79	0.79	0.530138638
0.8	0.795	0.795	0.515339776
0.8	0.8	0.8	0.5
0.8	0.805	0.805	0.484073897
0.8	0.81	0.81	0.467511371
0.8	0.815	0.815	0.450257005
0.8	0.82	0.82	0.432249322
0.8	0.825	0.825	0.413419913
0.8	0.83	0.83	0.393692417
0.8	0.835	0.835	0.37298131
0.8	0.84	0.84	0.351190476
0.8	0.845	0.845	0.328211491
0.8	0.85	0.85	0.303921569
0.8	0.855	0.855	0.278181085
0.8	0.86	0.86	0.250830565
0.8	0.865	0.865	0.221687005
0.8	0.87	0.87	0.190539346
0.8	0.875	0.875	0.157142857
0.8	0.88	0.88	0.121212121
0.8	0.885	0.885	0.082412184
0.8	0.89	0.89	0.040347293

Total Probability	Second Probability	Third Probability (X axis)	First Probability (Y axis)
0.75	0.505	0.505	0.990049005
0.75	0.51	0.51	0.980192077

0.75	0.515	0.515	0.970423381
0.75	0.52	0.52	0.960737179
0.75	0.525	0.525	0.95112782
0.75	0.53	0.53	0.941589723
0.75	0.535	0.535	0.932117375
0.75	0.54	0.54	0.922705314
0.75	0.545	0.545	0.91334812
0.75	0.55	0.55	0.904040404
0.75	0.555	0.555	0.894776799
0.75	0.56	0.56	0.885551948
0.75	0.565	0.565	0.876360492
0.75	0.57	0.57	0.867197062
0.75	0.575	0.575	0.858056266
0.75	0.58	0.58	0.848932677
0.75	0.585	0.585	0.839820822
0.75	0.59	0.59	0.830715172
0.75	0.595	0.595	0.821610126
0.75	0.6	0.6	0.8125
0.75	0.605	0.605	0.803379015
0.75	0.61	0.61	0.794241278
0.75	0.615	0.615	0.785080773
0.75	0.62	0.62	0.775891341
0.75	0.625	0.625	0.766666667
0.75	0.63	0.63	0.757400257
0.75	0.635	0.635	0.748085428
0.75	0.64	0.64	0.738715278
0.75	0.645	0.645	0.729282673
0.75	0.65	0.65	0.71978022
0.75	0.655	0.655	0.710200243
0.75	0.66	0.66	0.700534759
0.75	0.665	0.665	0.690775446
0.75	0.67	0.67	0.680913614
0.75	0.675	0.675	0.670940171
0.75	0.68	0.68	0.660845588
0.75	0.685	0.685	0.650619859
0.75	0.69	0.69	0.640252454
0.75	0.695	0.695	0.62973228
0.75	0.7	0.7	0.619047619
0.75	0.705	0.705	0.60818608
0.75	0.71	0.71	0.597134531
0.75	0.715	0.715	0.585879033
0.75	0.72	0.72	0.574404762
0.75	0.725	0.725	0.562695925
0.75	0.73	0.73	0.550735667

0.75	0.735	0.735	0.538505968
0.75	0.74	0.74	0.525987526
0.75	0.745	0.745	0.513159626
0.75	0.75	0.75	0.5
0.75	0.755	0.755	0.48648466
0.75	0.76	0.76	0.472587719
0.75	0.765	0.765	0.458281185
0.75	0.77	0.77	0.443534726
0.75	0.775	0.775	0.428315412
0.75	0.78	0.78	0.412587413
0.75	0.785	0.785	0.396311658
0.75	0.79	0.79	0.379445449
0.75	0.795	0.795	0.361942016
0.75	0.8	0.8	0.34375
0.75	0.805	0.805	0.324812868
0.75	0.81	0.81	0.305068226
0.75	0.815	0.815	0.284447024
0.75	0.82	0.82	0.262872629
0.75	0.825	0.825	0.24025974
0.75	0.83	0.83	0.216513111
0.75	0.835	0.835	0.191526039
0.75	0.84	0.84	0.165178571
0.75	0.845	0.845	0.137335369
0.75	0.85	0.85	0.107843137
0.75	0.855	0.855	0.076527526
0.75	0.86	0.86	0.043189369
0.75	0.865	0.865	0.007600086

Total Probability	Second Probability	Third Probability (X axis)	First Probability (Y axis)
0.7	0.455	0.455	0.994001411
0.7	0.46	0.46	0.983091787
0.7	0.465	0.465	0.97231434
0.7	0.47	0.47	0.961661983
0.7	0.475	0.475	0.95112782
0.7	0.48	0.48	0.940705128
0.7	0.485	0.485	0.930387349
0.7	0.49	0.49	0.920168067
0.7	0.495	0.495	0.910041004
0.7	0.5	0.5	0.9
0.7	0.505	0.505	0.890039004
0.7	0.51	0.51	0.880152061
0.7	0.515	0.515	0.8703333
0.7	0.52	0.52	0.860576923

0.7	0.525	0.525	0.850877193
0.7	0.53	0.53	0.841228422
0.7	0.535	0.535	0.831624962
0.7	0.54	0.54	0.822061192
0.7	0.545	0.545	0.812531505
0.7	0.55	0.55	0.803030303
0.7	0.555	0.555	0.793551979
0.7	0.56	0.56	0.784090909
0.7	0.565	0.565	0.77464144
0.7	0.57	0.57	0.765197878
0.7	0.575	0.575	0.755754476
0.7	0.58	0.58	0.746305419
0.7	0.585	0.585	0.736844815
0.7	0.59	0.59	0.72736668
0.7	0.595	0.595	0.717864924
0.7	0.6	0.6	0.708333333
0.7	0.605	0.605	0.698765561
0.7	0.61	0.61	0.689155107
0.7	0.615	0.615	0.679495301
0.7	0.62	0.62	0.669779287
0.7	0.625	0.625	0.66
0.7	0.63	0.63	0.65015015
0.7	0.635	0.635	0.640222198
0.7	0.64	0.64	0.630208333
0.7	0.645	0.645	0.620100448
0.7	0.65	0.65	0.60989011
0.7	0.655	0.655	0.599568536
0.7	0.66	0.66	0.58912656
0.7	0.665	0.665	0.578554595
0.7	0.67	0.67	0.567842605
0.7	0.675	0.675	0.556980057
0.7	0.68	0.68	0.545955882
0.7	0.685	0.685	0.534758429
0.7	0.69	0.69	0.523375409
0.7	0.695	0.695	0.511793844
0.7	0.7	0.7	0.5
0.7	0.705	0.705	0.487979324
0.7	0.71	0.71	0.475716367
0.7	0.715	0.715	0.4631947
0.7	0.72	0.72	0.450396825
0.7	0.725	0.725	0.437304075
0.7	0.73	0.73	0.423896499
0.7	0.735	0.735	0.41015274
0.7	0.74	0.74	0.396049896

0.7	0.745	0.745	0.381563364
0.7	0.75	0.75	0.366666667
0.7	0.755	0.755	0.351331261
0.7	0.76	0.76	0.335526316
0.7	0.765	0.765	0.319218468
0.7	0.77	0.77	0.302371542
0.7	0.775	0.775	0.284946237
0.7	0.78	0.78	0.266899767
0.7	0.785	0.785	0.248185454
0.7	0.79	0.79	0.22875226
0.7	0.795	0.795	0.208544255
0.7	0.8	0.8	0.1875
0.7	0.805	0.805	0.165551839
0.7	0.81	0.81	0.142625081
0.7	0.815	0.815	0.118637042
0.7	0.82	0.82	0.093495935
0.7	0.825	0.825	0.067099567
0.7	0.83	0.83	0.039333806
0.7	0.835	0.835	0.010070768